

TRANSFORMADA DE HILBERT ERGÓDICA MÚLTIPLE EN EL SENTIDO CESÀRO

Expositor: Cecilia Ferrari Freire (Universidad Nacional del Comahue, cferrarifreire@Gmail.com)

Autor/es: Cecilia Ferrari Freire (Universidad Nacional del Comahue, cferrarifreire@Gmail.com);
Raquel Crescimbeni (Universidad Nacional del Comahue, raquel.crescimbeni@yahoo.com.ar)

Sea (X, F, ν) un espacio de medida σ -finito. Dados $T_1, \dots, T_k$ operadores lineales e invertibles que conmutan entre sí y dado $\bar{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_k)$ con $-1 < \beta_i < 0$ para todo $1 \leq i \leq k$, se define la transformada de Hilbert ergódica múltiple en el sentido Cesàro como

$$\mathcal{H}_{\bar{\beta}} f(x) = \lim_{\bar{n} \rightarrow \infty} H_{\bar{n}, \bar{\beta}} f(x)$$

donde $H_{\bar{n}, \bar{\beta}}$ son las truncaciones definidas como

$$\begin{aligned} H_{\bar{n}, \bar{\beta}} f(x) &= H_{n_1, \beta_1} \circ \dots \circ H_{n_k, \beta_k} f(x) \\ &= \frac{1}{\prod_{i=1}^k A_{n_i}^{\beta_i}} \sum_{1 \leq |j_1| \leq n_1+1} \dots \sum_{1 \leq |j_k| \leq n_k+1} \prod_{i=1}^k A_{n_i+1-|j_i|}^{\beta_i} \frac{T_1^{j_1} \circ \dots \circ T_k^{j_k} f(x)}{j_1 \dots j_k} \end{aligned}$$

con $\bar{n} = (n_1, \dots, n_k)$ y $A_n^\beta = \frac{(\beta+1) \dots (\beta+n)}{n!}$, $n \neq 0$ y $A_0^\beta = 1$.

En este trabajo presentamos resultados sobre existencia de la Transformada de Hilbert ergódica múltiple en el sentido Cesàro, para ello estudiamos el operador maximal ergódico asociado definido como

$$H_{\bar{\beta}}^* f = \sup_{n_1, \dots, n_k \geq 1} |H_{\bar{n}, \bar{\beta}} f|$$

Bajo ciertas condiciones en los operadores se obtiene que el operador maximal ergódico resulta acotado para funciones de L^p con $p > \frac{1}{1+\beta_*}$, donde $\beta_* = \min_{1 \leq j \leq k} \{\beta_j\}$.

Finalmente, con el resultado obtenido y probando la convergencia puntual de las truncaciones en un subespacio denso de L^p adecuado, se obtiene la existencia de la transformada de Hilbert ergódica múltiple en el sentido Cesàro para toda $f \in L^p$ con $p > \frac{1}{1+\beta_*}$, donde $\beta_* = \min_{1 \leq j \leq k} \{\beta_j\}$ con $-1 < \beta_i \leq 0$ para todo $1 \leq i \leq k$.

Resultados sobre la existencia de la Transformada de Hilbert en el sentido Cesàro (caso $k = 1$) se pueden encontrar en [BM] mientras que en [S] se encuentran resultados sobre la Transformada de Hilbert ergódica (caso $\beta_i = 0$ para todo $1 \leq i \leq k$). Por otra parte, en [FF] se ha investigado la existencia de la Transformada de Hilbert Doble en el sentido Cesàro.

Referencias

[BM] Bernardis, A.L.; Martín-Reyes, F.J.; Sarrión Gavilán, M.D. *The Ergodic Hilbert Transform in the Cesàro- α sense for Invertible Lamperti Operators*. Quart. J. Math. Oxford (2), 50 (1999), 389-399.

[FF] Ferrari Freire, C. ; *Operadores Asociados a la Convergencia Cesàro Múltiple y Aplicaciones a la Teoría Ergódica*. Tesis Doctoral. (2012).

[S] Sato, R.; *On the ergodic Hilbert transform for operators in L_p , $1 < p < \infty$* Canad. Math. Bull. 30 (2) (1987), 210-214.