

Expositor: Rosa Alejandra Lorenzo (Universidad Nacional de San Luis-IMASL, rlorenzo@unsl.edu.ar)

Autor/es: Rosa Alejandra Lorenzo (Universidad Nacional de San Luis-IMASL, rlorenzo@unsl.edu.ar); Sergio Favier (Universidad Nacional de San Luis-IMASL, sergio.favier@gmail.com); Sonia Acinas (Universidad Nacional de La Pampa, sonia.acinas@gmail.com)

Sea Φ la clase de todas las N -funciones $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$. Sea Ω un subconjunto medible y acotado de \mathbb{R}^n . Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω .

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{ medibles} : \int_{\Omega} \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{ para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre \mathbb{R}^n .

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, definimos como $\mu_\varphi(f)$, el conjunto de mejores aproximantes por polinomios a la función f . Es decir, un polinomio P es un mejor aproximante de f si y sólo si, se cumple

$$\int_{\Omega} \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q \in \Pi^m} \int_{\Omega} \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

donde Π^m es el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre \mathbb{R}^n de grado a lo sumo m y tal que $\Pi^m \subset L^\varphi(\Omega)$.

En este trabajo demostramos la siguiente caracterización de $\mu_\varphi(f)$, $P \in \mu_\varphi(f)$ si y sólo si se satisfacen ambas desigualdades

$$\int_{\Omega \cap \{f > P\}} \varphi^- (|f - P|)Q dx \leq \int_{\Omega \cap \{f \leq P\}} \varphi^+ (|f - P|)Q dx$$

$$\int_{\Omega \cap \{f < P\}} \varphi^- (|f - P|)Q dx \leq \int_{\Omega \cap \{f \geq P\}} \varphi^+ (|f - P|)Q dx$$

donde φ^+ y φ^- son la derivada por derecha y por izquierda respectivamente de φ . Lo anterior resulta una extensión del trabajo de Acinas, Favier y Zó [AFZ], ya que ellos caracterizan el operador $\mu_\varphi(f)$ para una φ de características similares a las nuestras pero con la condición extra de que sea de clase $C^1[0, \infty)$.

Por último, extendemos la definición en forma continua del operador para funciones de $L^{\varphi^+}(\Omega)$. Dicha extensión fue considerada en [AFZ] y también en [C] en situaciones particulares. La no diferenciabilidad requerida a φ hizo necesaria la utilización de técnicas diferentes para la demostración de existencia.

Referencias

- [AFZ] S. Acinas, S. Favier, F.Zó, *Extended Best Polynomial Approximation Operator in Orlicz Spaces*. Numerical Functional Analysis and Optimization, **36(7)**: 817-829, 2015.
- [C] H.Cuenya, *Extension of the operator of best polynomial approximation in $L^p(B)$* . J. Math. Anal. Appl., **376**: 565-575, 2011.