

Expositor: Juan Comesatti (IMAL, jcomesatti@santafe-conicet.gov.ar)

Autor/es: Juan Comesatti (IMAL, jcomesatti@santafe-conicet.gov.ar); Hugo Aimar (IMAL, haimar@santafe-conicet.gov.ar); Ivana Gomez (IMAL, ivanagomez@santafe-conicet.gov.ar)

Con el objeto de abordar la formulación variacional de la teoría espectral de operadores de diferenciación fraccionaria en espacios de tipo homogéneo con una dimensión bien definida (como es el caso de los espacios de Ahlfors), para problemas de Dirichlet, se introduce una clase de espacios funcionales de tipo Sobolev y se muestran teoremas de extensión, inmersión y compacidad. Estos resultados constituyen una generalización de los contenidos en [1], [2], [3] y [4], dados en el contexto euclídeo.

Sea (X, d, μ) un espacio de tipo homogéneo α -Ahlfors y D^s el operador de diferenciación fraccionaria dado por

$$D^s f(x) = \int_X \frac{f(x) - f(y)}{d(x, y)^{\alpha+2s}} d\mu(y)$$

con $0 < s < 1$. Sea $\mathcal{B}$ la forma bilineal asociada

$$\mathcal{B}(u, v) = \int_X \int_X \frac{(u(x) - u(y))(v(x) - v(y))}{d(x, y)^{\alpha+2s}} d\mu(y) d\mu(x)$$

y sea

$$H^s(X) = \{f \in L^2(X, \mu) : \mathcal{B}(f, f) < \infty\}$$

Los siguientes son los resultados más importantes:

Teorema. Sea $\Omega \subseteq X$ un subconjunto abierto y acotado para el cual existe una constante $C > 0$ con $\mu(B(x, r) \cap \Omega) \geq C\mu(B(x, r))$ para todo $x \in \Omega$ y todo $r \in (0, 1]$. Sea $0 < s < 1$, entonces:

- 1) (Extensión) Existe un operador de extensión $E : H^s(\Omega) \rightarrow H^s(X)$ continuo.
- 2) (Inmersión) El operador identidad $i : H^s(X) \rightarrow L^{2^*}(X, \mu)$ es continuo para $s < \frac{\alpha}{2}$ y $2^* = \frac{2\alpha}{\alpha-2s}$.
- 3) (Compacidad) El operador identidad $i : H^s(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega)$ es compacto.
- 4) (Espectro) Existe una base ortonormal en $L^2(X, \mu)$ de autofunciones y una sucesión creciente no acotada de autovalores no negativos, asociados a la forma bilineal $\mathcal{B}$.

Se presentarán algunos casos particulares de interés.

[1] Eleonora Di Nezza, Giampiero Palatucci, and Enrico Valdinoci, *Hitchhiker's guide to the fractional Sobolev spaces*, Bull. Sci. Math. 136 (2012), no. 5, 521–573. MR 2944369

[2] Piotr Hajłasz, Pekka Koskela, and Heli Tuominen, *Measure density and extendability of Sobolev functions*, Rev. Mat. Iberoam. 24 (2008), no. 2, 645–669. MR 2459208

[3] Giovanni Molica Bisci, Vicentiu D. Radulescu, and Raffaella Servadei, *Variational methods for nonlocal fractional problems*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 162, Cambridge University Press, Cambridge, 2016, With a foreword by Jean Mawhin. MR 3445279

[4] Yuan Zhou, *Fractional Sobolev extension and imbedding*, Trans. Amer. Math. Soc. 367 (2015), no. 2, 959–979. MR 3280034