Constantes de polarización

Expositor: Jorge Tomás Rodríguez (CONICET, jorgetomasrodriguez@gmail.com)
Autor/es: Verónica Dimant (CONICET, vero@udesa.edu.ar); Daniel Galicer (CONICET, dgalicer@gmail.com); Jorge Tomás Rodríguez (CONICET, jorgetomasrodriguez@gmail.com)

Dado un espacio de Banach X sobre un cuerpo $\mathbb{K}$, con $\mathbb{K}$ los números reales o los números complejos, se define su *k-ésima constante de polarización* $\mathbf{c}(k,X)$ como la mejor constante C tal que para cualquier polinomio k-homogéneo $P : X \to \mathbb{K}$

$$\|\check{P}\| \leq C\|P\|.$$

Donde $\check{P}$ es la función k-lineal simétrica asociada a P y las normas consideradas son las normas uniformes usuales.

Usando formulas de polarización clásicas, no es difícil mostrar las siguientes cotas para la constante de polarización

$$1 \leq \mathbf{c}(k,X) \leq \frac{k^k}{k!}.$$

En particular, el comportamiento de estas constantes se puede estimar de la siguiente forma

$$1 \leq \lim_{k\to\infty} \mathbf{c}(k,X)^{\frac{1}{k}} \leq e.$$

El objetivo principal de la charla será estudiar este problema en espacios finito dimensionales. Mostraremos que para cualquier espacio complejo se tiene

$$\lim_{k\to\infty} \mathbf{c}(k,X)^{\frac{1}{k}} = 1.$$

Mientras que para espacios reales este fenómeno ya no ocurre, y el comportamiento de las constantes de polarización se encuentra ligado al procedimiento de complexificación de Bochnak.

Adicionalmente veremos cómo el estudio de las constantes de polarización se relaciona con otros conceptos de la teoría de espacios de Banach, como las nociones de tipo y cotipo, y la estructura local de los espacios.

Estos resultados son parte de un trabajo en colaboración con Verónica Dimant y Daniel Galicer.