

## **Construcción de triángulos en lápiz y papel y GeoGebra: hacia la elaboración de criterios de congruencia. Una reflexión matemática-didáctica**

Valeria Borsani – Rodolfo Murúa – Cecilia Pineda – Carmen Sessa  
UNIFE

### **Fundamentación**

Las construcciones geométricas pueden constituirse como medio potente para el estudio de las propiedades de las figuras y para sostener la necesidad de argumentación en el aula de matemática de la escuela secundaria.

Al intentar realizar un dibujo que sea representante de un objeto geométrico -recurriendo a los datos con los que se cuenta y utilizando ciertos instrumentos-, la exigencia de lograr atrapar en esa representación las propiedades que lo definen, pone en relación el dibujo con el objeto geométrico teórico para que el trazado sea reconocido como una de las posibles representaciones de la figura que se pretende construir. Es decir, se trata de establecer si las relaciones que se ponen en juego para representar una figura la determinan o no, y este análisis pone en juego propiedades geométricas. Son ideas elaboradas por varios y varias especialistas en didáctica, entre otros, Duval et al. (2004), Itzcovich (2005), Perrin-Glorian y Godín (2014) y Sadovsky, et.al. (1998).

En particular, la actividad de construcción de triángulos puede dar lugar al estudio sobre las condiciones que deben cumplir los datos para garantizar la existencia y la unicidad de la figura a construir. Este tipo de actividad permite discutir en el aula la caracterización de un único triángulo para ciertos datos y, a partir de allí, formular colectivamente criterios que permitan asegurar la congruencia entre dos triángulos dados.

Cuando se trabaja con un programa de geometría dinámica, al hacer un dibujo que representa a cierto objeto geométrico es posible arrastrar determinados elementos de la construcción. Esta posibilidad de arrastrar puntos -o directamente segmentos, rectas, circunferencias, etc.- de las representaciones en la pantalla de los objetos geométricos es la principal característica de la geometría dinámica. Varios autores y varias autoras (Healy, 2000; Itzcovich y Murúa, 2022; Laborde y Caponni, 1994; Murúa, 2025; Restrepo, 2008) han indagado sobre la potencialidad didáctica que tiene esta característica de los programas de geometría dinámica, principalmente en escuelas secundarias, en instancias de formación docente y en ámbitos universitarios.

En un entorno de geometría dinámica, el estudio de las condiciones sobre los datos puede verse potenciado gracias a esta herramienta de arrastre, por ejemplo, con la aparición de fenómenos nuevos: una figura puede “desaparecer” de nuestra vista al modificar un dato de la construcción. En particular: ¿cómo se interpreta en el aula este comportamiento de la construcción al arrastrar puntos móviles? ¿Esta exploración, puede favorecer la búsqueda de argumentos sobre cuándo es posible construir el triángulo y cuándo no? ¿Qué tipo de intervenciones docentes permiten gestionar estos nuevos asuntos que se van presentando al incorporar el GeoGebra en la enseñanza de la geometría?

### **Objetivos**

1. Discutir en torno al significado de un criterio de congruencia a partir de la elaboración de criterios no convencionales: ¿cómo se llega a elaborarlo? ¿qué papel cumplen en el trabajo matemático?

2. Reflexionar sobre el valor didáctico de trabajar en el aula de matemática de la escuela secundaria el vínculo entre actividades de construcción de triángulos y la elaboración de los criterios de congruencia convencionales.

### Modalidad de trabajo

En los encuentros se propondrán las siguientes actividades:

- La construcción de figuras, en lápiz y papel y con GeoGebra, que revista un cierto desafío para los/as asistentes. La exploración sobre los valores de los datos, en búsqueda de existencia y/ o unicidad de la construcción, nos permitirá reflexionar sobre la relación entre estas condiciones y la elaboración de criterios de congruencia no convencionales.
- El análisis didáctico de problemas de construcción de triángulos -en entornos de lápiz y papel y GeoGebra- para el nivel secundario: en particular se ofrecerán para su estudio en el taller, producciones de estudiantes en relación con algunas de las actividades analizadas.
- La reflexión colectiva en torno a actividades que puede proponer y sostener un docente en el aula de secundaria para poner en vínculo los problemas de construcción de triángulos con la elaboración de criterios de congruencia.

En cada encuentro está previsto tiempos de trabajo que articulen lo individual, lo grupal y lo colectivo.

**Materiales necesarios:** Se sugiere que los/as asistentes concurran al taller con computadora con GeoGebra instalado, también con regla y compás.

**Destinatarios:** El taller está abierto a la participación de estudiantes del profesorado de matemática de educación secundaria, profesores/as de matemática y formadores/as de docentes. También se invita a maestros/as que trabajan en los últimos años de la escuela primaria.

### Bibliografía

- Duval, R; Godin, M. y Perrin-Glorian, M.J. (2004). Reproduction de figures à l'école élémentaire. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 7, 5-89.
- Healy, L. (2000). Identifying and explaining geometrical relationship: interactions with robust and soft Cabri constructions. *Actas de PME 24*, 1, 103–117.
- Itzcovich H. y Murúa, R (2022). Primeros contactos de un grupo de docentes de escuela primaria con GeoGebra: tensiones entre conocimientos geométricos y el uso del programa. *Revista de Educación Matemática* (México) 34 (3), 329-351. <https://doi.org/10.24844/EM3403.12>
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. El Zorzal.
- Laborde, C. y Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 14 (1.2), 165-210.
- Murúa, R. (2025). Conocimientos geométricos y didácticos producidos en el marco de una instancia formativa sobre la enseñanza de la geometría mediada por el programa GeoGebra dirigida a maestras y maestros. Estudio de un caso [Tesis doctoral. Facultad de Filosofía y Letras, UBA.]
- Perrin-Glorian, M.J. y Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école*, 222, 26-36.
- Restrepo, A. (2008). *Genèse instrumentale du déplacement en Géométrie Dynamique chez des élèves de 6ème* [Tesis doctoral, Université Joseph-Fourier -Grenoble I].
- Sadovsky, P., Parra, C., Itzcovich, H. y Broitman, C. (1998). *Matemática. Documento de trabajo n° 5. La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*. Buenos Aires: Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.