

# RECURSOS LÚDICOS PARA INCURSIONAR EN LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Charla de divulgación

Martha Ferrero - María Jesús Bianchi

Grupo de Investigación en Pensamiento y Educación Matemática  
Universidad Nacional del Comahue- Centro Regional Universitario BARILOCHE



# LA ENSEÑANZA DE LOS IRRACIONALES EN LA ESCUELA MEDIA

---

Muchos autores destacan que la introducción al conjunto de los números reales se realiza en la escuela completando los conjuntos numéricos de  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Q}$  por necesidades algebraicas y mostrando que  $\mathbb{Q}$  “no alcanza” para cubrir la recta numérica, apelando a algunos ejemplos de números irracionales como contraejemplos en una posible función sobreyectiva de  $\mathbb{Q}$  en la recta.

# MOTIVACIÓN:

---

En nuestro Proyecto de Investigación, hemos encontrado que tanto en profesores como en estudiantes es común la idea de que los números irracionales son “raros” o más bien “unos pocos”.

También los docentes de media comentaron que el tema “números reales” no se trabaja mucho en la escuela porque no conocen **PROBLEMAS INTERESANTES** que los involucren.

# RECURSOS Y PROBLEMAS

---

Entre recursos (manipulativos y apps para el celu o la compu), encontramos algunos muy atractivos que pueden dar lugar a buenas preguntas, a “experimentos” y a un poco de investigación matemática.

Los recursos que utilizamos son sólo un medio para conseguir algo, no son un fin en sí mismos, por lo que debemos darles su justo valor y tiempo de uso.

Tenemos que propiciar el aprendizaje de las matemáticas no de los recursos

# RECURSOS, CONTENIDOS Y PREGUNTAS

RECURSOS

PREGUNTAS

CONTENIDOS



# RECURSOS, CONTENIDOS Y PREGUNTAS

1. Espirógrafo
2. Geoplano
3. Dado icosaédrico
4. Agujas y tablero

PREGUNTAS

CONTENIDOS



# ESPIRÓGRAFOS



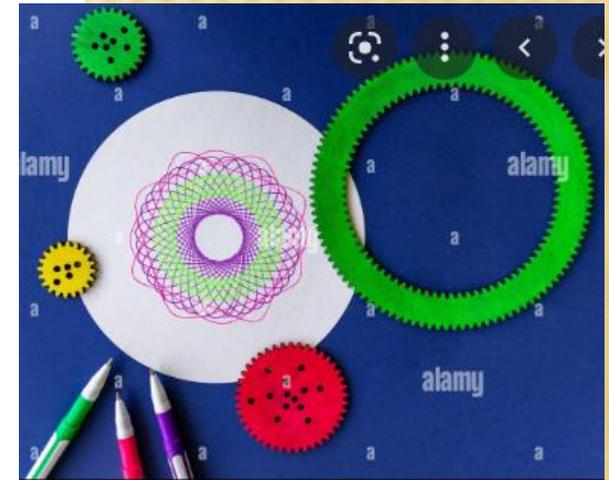
**Actividad 1:**  
Jugar con los espirógrafos materiales y virtuales.

**Actividad 2:**  
Hallar algún patrón para predecir cuantas puntas tendrá la figura a realizar en función de las ruedas elegidas. La siguiente tabla puede servir de ayuda:



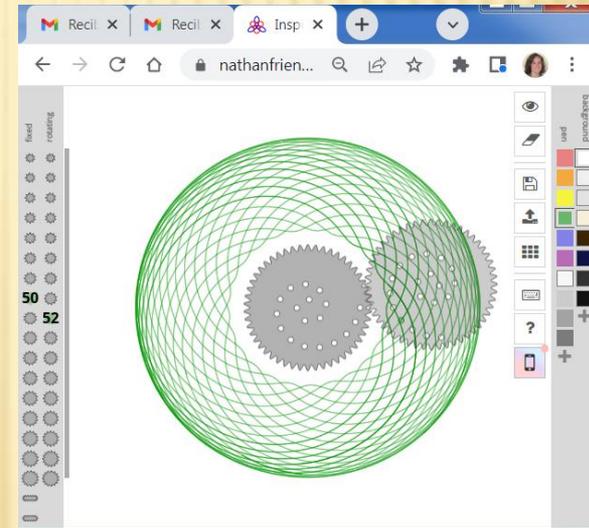
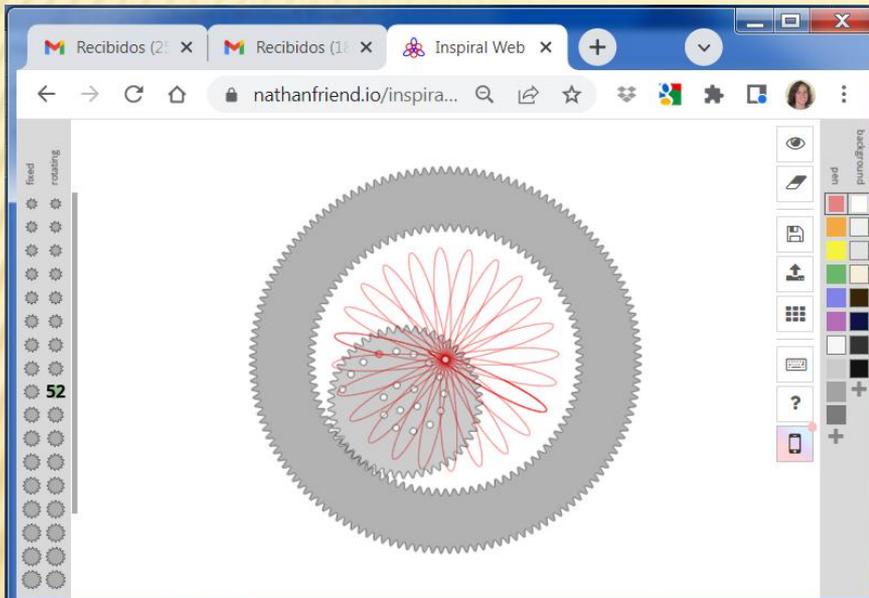
Radio Móvil 1   Radio Móvil 2   Radio Móvil 3   Radio Móvil 4   Radio Móvil 5

Radio Fijo 9					
Radio Fijo 10					
Radio Fijo 11					
Radio Fijo 12					



# Páginas web

<http://nathanfriend.io/inspirograph/>



Preguntas: ¿Siempre “cierran”?  
¿Podríamos construir un espirógrafo ideal que no cierre? ¿Bajo qué condiciones?

# GEOPLANO

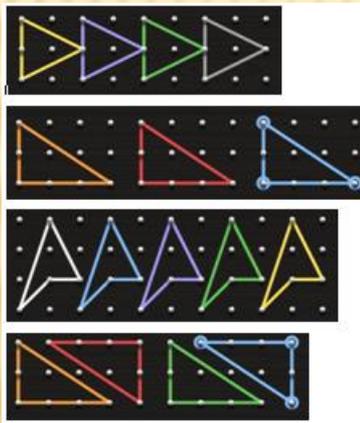
Un geoplano es una retícula cuadrada, fácilmente materializable, por ejemplo:

- mediante un tablero con clavos, que se pueden unir con gomitas,
- con tableros de goma-eva punteados, chinchas y gomitas,
- hojas con puntos (trama isométrica cuadrada)
- simulación con computadora (programa geogebra, <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/> )



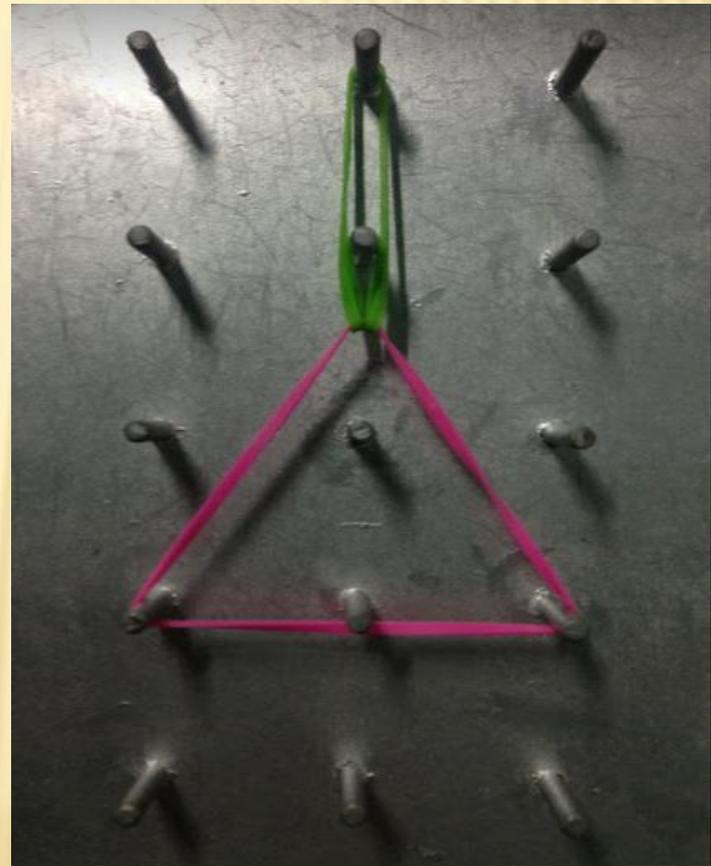
Este RECURSO ha dado lugar a importantes investigaciones en matemática , "**Geometry and the Imagination**" Hilbert y Cohn Vossen 1ra ed. 1952 Chelsea Publishing Company. New York. Chapter II: "Regular Systems of Points"

Después de trabajar con polígonos, figuras congruentes y transformaciones rígidas, perímetro (Teorema de Pitágoras), área (teorema de Pick) se puede “desafiar” a los estudiantes pidiéndoles construir un triángulo equilátero en el geoplano.



---

Hay que dar bien la consigna:  
Un triángulo equilátero con  
vértices en puntos del  
geoplano, porque puede  
aparecer algún físico que se le  
ocurra esto:



---

Se puede encontrar más información sobre estas actividades en el artículo:

## ***NÚMEROS***

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

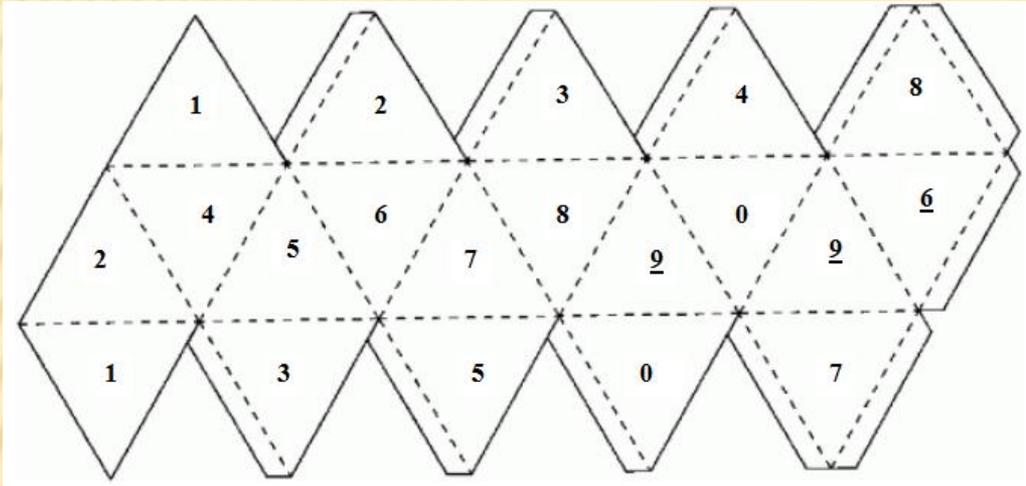
ISSN: 1887-1984

Volumen 91, marzo de 2016, páginas 23-32

### **Un problema con números irracionales y una pizca de estilo griego**

**María Martha Ferrero** (Universidad Nacional del Comahue. Argentina)

# DADO ICOSAÉDRICO



**ACTIVIDAD  
PROPUESTA**  
Registrar las tiradas del  
dado  
y observar las  
regularidades  
Que se presentan  
(rachas)

Paenza, A. <https://www.youtube.com/watch?v=yX97MMWh944>

Nuestro aporte en esta actividad es el uso del dado icosaédrico con los dígitos apareciendo en dos caras distintas, dado que se trata de un dado con caras equiprobables (Juan – Fernández Rajoy – Ferrero. Taller REM 2017)

# AGUJA DE BUFFON

estadisticaparatodos.es/taller/buffon/buffon.html



Está usted en [Inicio](#) > [Taller estadístico](#) > *La aguja de Bufón*

## La Aguja de Buffon

Una manera que conocemos para calcular el valor de  $\pi$  es trazando un círculo y dividiendo lo que mide su circunferencia entre lo que mide su diámetro. Sin embargo, desde hace cientos de años, los matemáticos han desarrollado otras maneras para llegar al número  $\pi$ . Una de ellas es el experimento propuesto por [el Conde de Buffon](#) » en 1777.



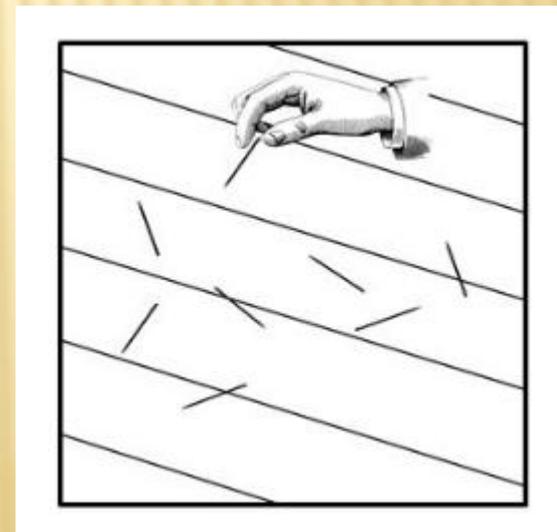
### "La Aguja de Buffon"

*Este experimento consiste en dejar caer una aguja sobre una hoja rayada y anotar las veces que la aguja cruza alguna de las rayas. Después de lanzar la aguja muchísimas veces comprobó que su experimento estaba íntimamente relacionado con el número  $\pi$ . Para obtener un número muy parecido a  $\pi$ , hay que dejar caer la aguja muchísimas veces sobre la hoja, multiplicar esta cantidad por dos y dividir el resultado entre el número de veces que la aguja cruzó alguna de las rayas.*

Con el llamado "problema de la aguja de Buffon", (siglo XVIII ), nace la **teoría de las probabilidades geométricas** desarrollada poco después por Laplace en su gran tratado "*Teoría analítica de las probabilidades*" (1812).

- Realizamos el experimento
- Justificamos el resultado
- Simulación

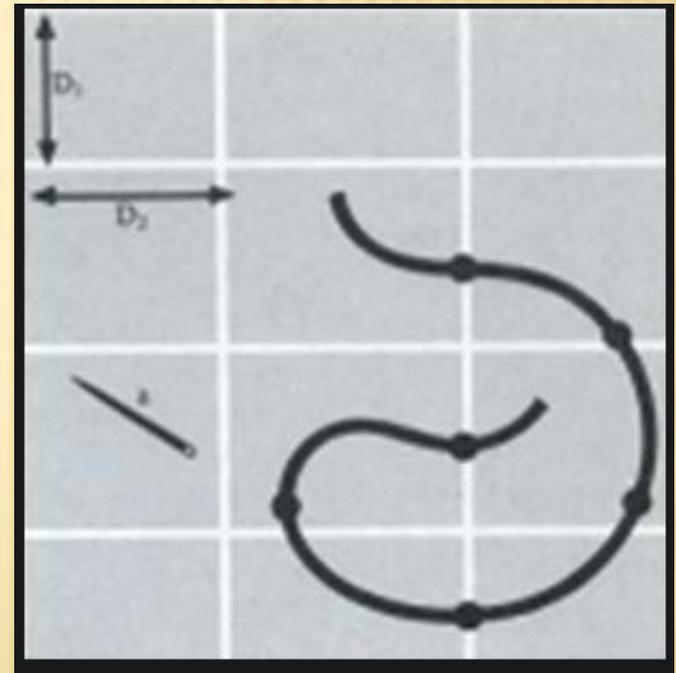
<https://vicmat.com/numero-%CF%80-azar-la-aguja-buffon/>



# <https://cienciahoy.org.ar/las-secciones-indiscretas/>

Aunque vinculada inicialmente a los juegos de azar, dicha teoría originó luego la geometría integral o estocástica contemporánea, de interés para la matemática pura y aplicada.

La geometría integral ha permitido el desarrollo de dos técnicas de gran importancia: la **estereología** y la **tomografía computada**. La primera es definida, con palabras de un especialista, como "un conjunto de métodos para la exploración del espacio tridimensional a partir del conocimiento de secciones bidimensionales o de proyecciones sobre el plano; es decir, se trata de una extrapolación del plano al espacio".



# RECURSOS, CONTENIDOS Y PREGUNTAS

1. Espirógrafo
2. Geoplano
3. Dado icosaédrico
4. Agujas y tablero

1. ¿Por qué la curva vuelve al punto inicial?
2. ¿Se pueden construir triángulos equiláteros?
3. ¿Es fácil obtener una secuencia periódica?
4. ¿Por qué aparece  $\pi$ ?



1. Conmensurabilidad
2. Teorema de Pitágoras. Números irracionales construibles
3. Cardinalidad de  $I = R - Q$
4. Probabilidad geométrica



La característica de ubicuidad que tienen los números irracionales en el conjunto de los números reales es poco apreciable en las prácticas escolares habituales y difícil de explicar a los estudiantes, que los consideran números raros.

No ayudan ni la representación gráfica en la recta numérica ni la necesidad práctica de realizar cálculos, utilizando dos o tres decimales para dar suficiente precisión a un resultado.

Sin embargo, tanto en los problemas clásicos como en estas actividades en los que opera alguna restricción, aparecen sin buscarlos: no se “ven” pero están, como el aire cuya existencia se percibe cuando a uno le tapan la nariz.

---

**Muchas gracias**