

Educación Matemática

La enseñanza de la matemática. Perspectivas y desafíos

Betina Duarte

Unipe



Si bien nuestro interés es el de escribir acerca de la enseñanza de la matemática, consideramos necesario comenzar con algunas cuestiones acerca de la matemática como disciplina. En efecto, la enseñanza de la matemática enfrenta un desafío específico: la comprensión de objetos ideales por parte de los estudiantes. Ciertamente esta característica es compartida por otras disciplinas como la filosofía, aunque es notable que la enseñanza de la matemática se espera comience a muy corta edad, tal vez desde los cuatro años. El desafío de enfrentar a niños y niñas a procesos de abstracción, a entidades a las que no puede accederse a través de la percepción sensorial está en manos del proyecto educativo en relación con la matemática específicamente en muchos países.

Sumado a esto, los objetos de la matemática tienen otra característica distintiva, ahora incluso de la filosofía: obedecen a construcciones axiomáticas. Tal vez no sea necesario explicarle al público lector a qué nos referimos. No obstante, creemos oportuno reflexionar acerca de la centralidad de esta cuestión no solo para la producción de la disciplina sino también para su enseñanza y aprendizaje. Necesitamos retroceder en el tiempo hasta Euclides, quien se propuso ordenar aquello que él consideró eran las más importantes nociones de la geometría, para lo cual consideró necesario proponer ciertos puntos de partida “intuitivos” sin explicación. Esto nos señala hasta qué punto la axiomática es constitutiva de la matemática. A partir de estas intuiciones o axiomas ordenó todas las proposiciones existentes a su alcance, dando a la geometría una estructura axiomática, un ordenamiento que resistió a varios embates a lo largo de la historia [Levi, 1947]. Esta formalización fue varias veces desarrollada en diferentes subcampos de la matemática. La historia de la disciplina da cuenta de causas y consecuencias de estos procesos.

Esta visión y estructuración de la matemática seguramente ha influido en su enseñanza: elegir un corpus de ideas potentes del campo y explicar las nociones partiendo de lo más sencillo hacia lo más complejo, comunicar las nociones teóricas necesarias y también los procedimientos que ponen en funcionamiento estas nociones para resolver problemas, utilizar ejercicios de práctica como medio de comprensión y avance sobre las ideas transmitidas y de evaluación de los aprendizajes a través de la resolución de

tareas similares a las ejercitadas, aquello que reconocemos como problemas tipo. En esta modelización de la enseñanza hay supuestos, implícitos e hipótesis. La caja negra de esta modelización es la comunicación o transmisión del conocimiento. Las buenas decisiones sobre la comunicación aseguran buenos aprendizajes. Se modeliza la *enseñanza como transmisión*.

La Didáctica de la Matemática asume la condición de ideal de los objetos de la disciplina, pero considera que la axiomática no resulta una forma buena de transmisión de las nociones de la disciplina [Brousseau, 2002, pp. 38]. También cuestiona a los aprendizajes en el paradigma de la transmisión. Es decir, para una amplia mayoría de marcos teóricos desarrollados para estudiar el problema de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática, enseñar matemática requiere un proyecto que supere la transmisión de nociones construidas por la disciplina y aprender matemática no significa disponer de y reproducir el mapa conceptual de nociones matemáticas recibidas. Se critica al modelo de la transmisión que “confina al estudiante al papel de espectador y al profesor al de presentador del espectáculo”. [Brousseau, 2000, pp. 10]

Esta crítica dirigida al modelo de la *enseñanza como transmisión* no proviene exclusivamente de la didáctica. Desde la propia disciplina también hay posiciones de resistencia a la visión de una Matemática formalizada y axiomática para su enseñanza y aprendizaje. A lo largo del siglo XX, mientras surgía el fenómeno de la matemática moderna como una respuesta a la necesidad de mejorar los aprendizajes, las críticas a los modos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina surgieron de la propia comunidad matemática.

Así, Imre Lakatos (1922-1974) nacido en Hungría y radicado en Reino Unido, defendió una visión de la matemática con foco en los procesos heurísticos, creativos, de formulación de procedimientos y de conjeturas por encima de los procesos de demostración rigurosa y formal como punto de partida. Para Lakatos esta matemática informal poseía un alto valor tanto para la propia matemática como para su aprendizaje [Lakatos, 1976, Lakatos, 1981].

De modo similar George Polya (1887-1985), también nacido en Hungría y radicado en EEUU (Princeton), propuso estimular la actividad de resolución de problemas dejando en segundo plano la transmisión de conceptos teóricos. El énfasis en la producción de conocimiento acerca de los modos de resolución de problemas o bien de heurísticas marcó un punto de inflexión no solo en la visión de la matemática como disciplina sino en su enseñanza.

Avanzando en el siglo XX, Morris Kline (1908-1992) matemático, docente investigador del Instituto Courant, ha sido un enérgico y carismático crítico de la enseñanza de la matemática de posguerra, sosteniendo que los problemas relativos a la formación de estudiantes universitarios abarcaban tanto al diseño de planes de estudio, a los textos utilizados como al accionar del propio profesorado [Kline, 1973]. Kline discutió con la comunidad matemática y con el sistema de enseñanza de EEUU desarrollando propuestas bajo esta perspectiva [Kline, 1967, Kline, 1985].

En nuestro país el matemático Luis Santaló (1911-2001) se involucró activamente en temas de educación matemática a través de la escritura de libros de textos, reflexiones dirigidas al profesorado, y la participación en espacios de formación y de decisión sobre la enseñanza¹. Elegimos compartir un extracto de su libro sobre la educación matemática en el que precisa la necesidad de considerar una multiplicidad de aspectos de la disciplina para su enseñanza:

¹Santaló fue presidente del Comité Interamericano de Educación Matemática en el período 1972-1979.

“Una matemática dirigida únicamente a las aplicaciones y a los cálculos necesarios para las mismas termina por estancarse y perder vitalidad. Una matemática dedicada solamente a las especulaciones teóricas, alejada de los problemas de la vida real, se transforma en pura filosofía o en un conjunto de virtuosismos del pensamiento, que se desvanecen por falta del alimento que suministran la naturaleza y sus fenómenos. La educación matemática debe ser un justo balance y un puente fluido entre el mundo de las ideas y el mundo de las acciones.” [Santaló, 1986, pp. 8]

Finalmente, acercamos el señalamiento que Adrián Paenza – matemático argentino, periodista y reconocido divulgador de la matemática – realiza acerca de la necesidad de presentar problemas genuinos a los estudiantes para que la matemática pueda, de este modo, aparecer como un medio para resolverlos. Se cuestiona y nos interpela al preguntarse si entramos a la matemática por la puerta equivocada cuando ofrecemos respuestas a preguntas que los estudiantes no se han formulado².

A modo de síntesis señalamos algunos rasgos distintivos del modelo de enseñanza de la matemática como transmisión.

- Los docentes tienen la palabra, enuncian, transmiten el saber, explican ideas y procedimientos mientras que los estudiantes reciben la información, realizan ejercicios y problemas de aplicación.
- El conocimiento se “troquela” en partes pequeñas, para su mejor transmisión y asimilación, siguiendo una ruta de lo fácil hacia lo complejo.
- Resulta un modelo efectivo para la comunicación del saber ya que ofrece una economía del tiempo, de esfuerzos y de organización.

Ahora bien, este modelo de enseñanza genera algunos fenómenos didácticos que se señalan desde la crítica tales como, por un lado, una experiencia de alienación, con ello nos referimos al hecho que los estudiantes no entienden el proyecto de enseñanza, no comprenden el fin último de aquello que están aprendiendo y lo que les queda es adherir localmente a fragmentos del saber; por otro lado, aparece de forma recurrente la constatación de que los aprendizajes se olvidan rápidamente, un fenómeno que aparece a medida que se dejan de utilizar los conceptos y procedimientos de rigor y se pierden las prácticas adquiridas.

Una parte del cuestionamiento a este estilo de enseñanza se apoya en la distancia entre este modelo de transmisión y las formas que asume la producción del conocimiento matemático. Cuando se analiza la actividad de la comunidad matemática el escenario parece disponer de momentos característicos. En el primer momento existen problemas y preguntas acerca de alguna cuestión. Estos problemas con sus preguntas llevan al matemático a la exploración de distintas alternativas haciendo funcionar casos particulares, restringiendo algunas variables detectadas, ensayando condiciones. Es un segundo momento en el cual se despliegan ideas informales que dan lugar a la producción de conjeturas. Si el ensayo da sus frutos algunas conjeturas, podrán ser validadas generando un momento de formulación de conceptos seguramente todavía provisionales o locales, pero algo más despegados de la casuística. La comunicación de estos hallazgos suele contribuir a la mejor formulación de los mismos, conduciendo a un siguiente momento donde el

²Conferencia brindada en la Universidad Andrés Bello, bajo el título “¿Entramos a la matemática por la puerta equivocada?”. [▶ Ver aquí.](#)

matemático se entrega a la formalización de sus ideas y, a través de ello, a la generación de un tal vez nuevo conocimiento matemático.

La propuesta de la didáctica de la matemática para pensar la enseñanza toma de esta visión de la producción de conocimiento algunas marcas y se propone un aula con producción de matemática, para esto centra su intención didáctica en el rol productivo de los estudiantes [Charlot, 1991].

Las teorías en didáctica de la matemática son profusas y jóvenes, la razón de este número puede estar dado por su propia juventud, pero también porque la enseñanza de la matemática dialoga con aspectos culturales de cada sociedad [Artigue, 1999]. Estas teorías desarrollan sus propios conceptos, principios y métodos considerando la actividad de enseñanza y aprendizaje de un modo global. Los modelos construidos comprenden las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas del proceso de enseñanza y aprendizaje y procuran tomar en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber, los alumnos y el profesor, dentro del contexto particular de la clase.

Sólo para iniciar por alguna mencionamos la Teoría de Situaciones de Guy Brousseau [Brousseau, 2002]. La **Teoría de Situaciones** (TS) estudia: la búsqueda y la invención de situaciones³ características de los diversos conocimientos matemáticos propios de la educación elemental, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos. La didáctica estudia así las condiciones en las que emergen y se enseñan las nociones matemáticas. Brousseau propone que las situaciones tomen el conocimiento a construir y lo hagan evolucionar. Para ello concibe:

- situaciones de acción donde el conocimiento se pone en funcionamiento;
- situaciones de formulación donde el conocimiento se explicita;
- situaciones de validación donde se busca dar cuenta del porqué del conocimiento producido;
- situaciones de institucionalización donde el saber que es el proyecto de enseñanza se enlaza al conocimiento producido en contexto. Existe en este momento una descontextualización de las nociones elaboradas y se les da nombre a las ideas producidas.

En la concepción de esta teoría, las situaciones de enseñanza elaboradas procurando que la actividad intelectual de los estudiantes circule a través de estos momentos permiten el aprendizaje de las nociones esperadas. Podemos considerar en este planteo un cierto vínculo con la escena de producción matemática antes descripta.

Los diversos enfoques de la enseñanza y del aprendizaje han evolucionado en los últimos 50 años de forma tal que, si bien hay algunas certezas, todavía son muchas las conjeturas. Podemos decir que hay muchas teorías en proceso. Nos interesa avanzar en próximas presentaciones en documentar y acercar los hallazgos más potentes. También podemos decir que ya hubo marchas y contramarchas y los errores de algunos enfoques se han señalado y revisado.

De cualquier modo, es necesario reconocer que el aprendizaje de la matemática requiere un modelo de enseñanza que podríamos decir todavía está en proceso, que provoque placer

³El concepto de situación tal como lo entiende la TS refiere a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable.

en quienes la aprenden; precisamos trabajar para que aprender matemática constituya una experiencia posible, que la matemática resulte accesible. Esto no significa que creamos que la matemática tiene que ser un contenido fácil, previsible o sencillo. Confiamos en que el desafío de aprender matemática en un nivel de enseñanza obligatorio tiene que convocar vocaciones y no expulsar espíritus curiosos.

Referencias

- [Artigue, 1999] Artigue, M. (1999). The teaching and the learning of Mathematics at the University Level. *Crucial Questions for Contemporary Research in Education. Notices of the American Mathematical Society*. Diciembre, pp. 1377-1385.
- [Brousseau, 2000] Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de la matemática. *Revista de Educación Matemática*. Vol. 12. Nro. 1, pp. 5-38.
- [Brousseau, 2002] Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- [Charlot, 1991] Charlot, B. (1991). La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Traducción en versión mimeo de la conferencia dictada en Cannes en marzo de 1986 y publicada en Bkouche, R., Charlot, B. y Rouche, N. *Faire des mathématiques: le plaisir du sens*. París, Armand Colin. <https://isfd112-bue.infod.edu.ar/sitio/wp-content/uploads/2020/03/01-Articulo-de-Charlot-traducido.pdf>
- [Kline, 1967] Kline, M. (1967). *Calculus: an intuitive and physical approach*. Segunda Edición. Dover Books.
- [Kline, 1985] Kline, M. (1985). *Mathematics for the nonmathematicians*. Dover Books.
- [Kline, 1980] Kline, M. (1980). *Matemáticas: la pérdida de la certidumbre*. Ed. Siglo XXI.
- [Kline, 1973] Kline, M. (1973). *Why Johnny can't add: the failure of the new math*. St. Martin's Press.
- [Lakatos, 1976] Lakatos, I. (1976). *Pruebas y Refutaciones*. La lógica del descubrimiento matemático. Alianza Editorial.
- [Lakatos, 1981] Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Madrid, Alianza.
- [Levi, 1947] Levi, B. (1947). *Leyendo a Euclides*. Libros del Zorzal.
- [Polya, 1945] Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.
- [Santaló, 1986] Santaló, L. (1986). *La matemática en la educación*. Editorial docencia.