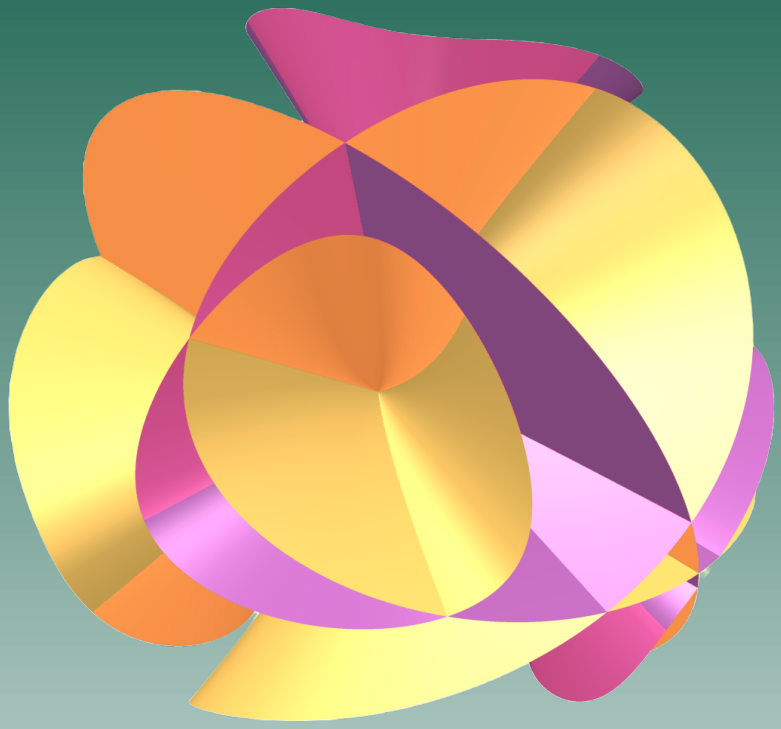
Año 2024, Volumen 59, Número 2 ISSN 1514-9595 (en línea)

Noticiero de la Unión Matemática Argentina



UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA
FUNDADA EN 1936

Imagen de portada: “Portal”, creada con SURFER,
`(x^2+y^2+z^2+2*x*y*z-1)*(x+y+2*z)*(y-z)=0`
por Silvia Lasalle (Universidad de San Andrés - CONICET)

Índice general

Editorial **3**

por Silvia Lassalle **3**

Miradas Matemáticas **4**

De grupos de matrices a métricas de Einstein
por Jorge Lauret **4**

Un procedimiento de cluster para conjuntos de funciones
por Marcela Svarc **20**

Educación Matemática **27**

ICMI: origen, vínculo con la IMU, estructura organizativa y actividades que promueve
por Mónica Villarreal **27**

Misceláneas **36**

La Revista de la UMA en la actualidad
por Alicia Dickenstein e Ignacio Viglizzo **36**

Pop-Science: una exhibición de arte científico
por Demian Goos **41**

Diálogos **48**

Pablo Ferrari
por Antonio Cafure **48**

Experiencias y herramientas **52**

¿Qué puedo hacer con GeoGebra?
por Mauro Natale **52**

Maravillosa sinergia
por Comité organizador local de la Reunión Anual UMA 2023 **54**

Mudarse a otro planeta
por Azul Fatalini **55**

Una experiencia como matemático del interior
por David Ferreyra **56**

Género UMA **58**

Un camino hacia la equidad
por Comisión de Género **58**

Competencia Interuniversitaria de Matemática Argentina **61**

Camino a la cima, llegamos a la décima CIMA
por Leandro Cagliero y Juan Pablo Rossetti **61**

Distinciones y premios **65**

Memoriales **67**

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Editorial

Cuando me encontré, me vi guardado. Pero no me importó. Estaba otro. Había convivido con Dios, siéndolo, y todo era fraterno para mí [...] y yo era fraterno para todo.

Fernando Pessoa, Libro del desasosiego (205).

Siendo agnóstica, siempre me impactaron estas palabras de Pessoa. Encontrarse y salir de la guarda. Encontrarse y reconocer que lo que se gestó de alguna manera, quizá 'más allá de nosotros mismos', sin demasiado control, en un madurar de ideas, como cuando hacemos matemática, nos da satisfacción, nos reconforta, nos invita a compartirlo.

Creo que de alguna manera el Noticiero de la UMA estuvo guardado un largo tiempo. Que la Comisión Directiva actual de la UMA lo vio y pensó que había algo para hacer. Nos convocó y acá estamos en la tarea, con la propuesta de generar y sostener este espacio, de ser vehículo transmisor de lo que vive la comunidad matemática argentina.

En abril de este año publicamos el relanzamiento del Noticiero. Ahora, nos proponemos continuarlo como una deuda con nosotros mismos, de esas que no queremos resignar. Contamos con mucho apoyo. Sería imposible de otro modo. El proyecto se diluiría sin la colaboración y el compromiso que asume cada autor y autora que participa en cada artículo.

En este número sumamos *Misceláneas*, entre las que se encuentran actividades y experiencias que contribuyen a la consolidación de nuestra identidad matemática en diversas instancias. También nos toca la no deseada tarea de inaugurar los *Memoriales*. En esta sección tratamos de contar en pocas palabras y con la ayuda de colegas cercanos, de quiénes nos despedimos.

Un paneo por el índice da cuenta de los valiosos aportes que recibimos. Gracias, muchísimas gracias. Agradecemos también a quienes nos acercaron una devolución cálida y animosa por el número anterior. La tarea es ardua, si la hacemos bien, valdrá la pena. Un desafío.

Ahora, es el momento de ustedes, de quienes abrieron estas páginas para ojear, para leer lo que sigue de aquí en más. Espero que disfruten de este encuentro.

Silvia Lassalle

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Miradas Matemáticas

De grupos de matrices a métricas de Einstein

Jorge Lauret

Universidad Nacional de Córdoba - CIEM - CONICET

Introducción

En estos días de conflicto entre los saberes antiguos y modernos, seguramente que puede decirse algo sobre una ciencia que no empezó con Pitágoras, y que no acabará con Einstein, pero que es la más vieja y la más joven de todas.

Godfrey H. Hardy (1920) (ver [H, §6])

Es curioso cómo a veces, en Matemática, las preguntas son más importantes que las respuestas. Son sólo preguntas, a veces en forma de conjetura, pero son indispensables, inquietantes, son una verdadera inspiración para la generación de una gran cantidad de Matemática que, irónicamente, quizá nunca lleguen a responderlas. A las preguntas no se les aplica la misma vara de rigurosidad que a las demostraciones, pueden estar formuladas de manera muy vaga y ser a la vez muy motivadoras. Las más profundas surgen naturalmente de la misma Matemática.

En el presente artículo se propone un viaje, de lectura liviana pero rigurosa, auto-contenida y sí, por momentos vertiginosa, que parte de las 'elementales' y bien conocidas matrices y arriba a profundas y actuales cuestiones de geometría Riemanniana homogénea, pasando por grupos, álgebras, variedades, métricas, representaciones, curvatura, puntos críticos y sistemas algebraicos de ecuaciones. El siguiente cuestionario será nuestra hoja de ruta:

- ¿Qué hace falta para que un grupo de matrices G sea una variedad diferenciable? Respuesta de Élie Cartan (1930): basta que G sea cerrado. Se llaman *grupos de Lie.*
- En tal caso, ¿cuán especial es el espacio tangente $\mathfrak{g} := T_I G$ en la matriz identidad? Respuesta: $\mathfrak{g}$ es un subespacio vectorial de matrices tal que $XY - YX \in \mathfrak{g}$ para todo $X, Y \in \mathfrak{g}$. Se llaman *álgebras de Lie.*
- Dados dos grupos de matrices $K \subset G$, ¿cuándo el conjunto G/K de coclases a derecha es una variedad? Respuesta: G y K cerrados es suficiente. Se llaman *espacios homogéneos.*

- ¿Qué necesita una variedad para que aparezca realmente la geometría? Respuesta de Bernhard Riemann (1854): un producto interno en cada espacio tangente. Se llaman *métricas Riemannianas.*
- Dada una variedad M, ¿cuáles son las métricas Riemannianas más 'lindas' en M? Respuesta de David Hilbert (1915) y Arthur Besse (1980s): las métricas de *Einstein,* que de acuerdo a la Teoría de la Relatividad son las que más chances tienen de describir la curvatura de nuestro universo.
- ¿Qué se necesita para definir una métrica en un espacio homogéneo G/K? Respuesta: simplemente un producto interno en $\mathfrak{g}/\mathfrak{k}$ que sea invariante por la acción de K por conjugación.
- ¿Qué espacios homogéneos admiten una métrica de Einstein? Respuesta: se desconoce, ni siquiera queda claro qué tipo de respuesta sería satisfactoria. ¿Es la pregunta correcta?
- Dado un $M = G/K$ compacto, ¿existen sólo una cantidad finita de métricas de Einstein G-invariantes en M? Respuesta: nadie sabe, un gran misterio.

Agradecimientos. Les estoy muy agradecido a Leandro Cagliero, Emilio Lauret, Marcos Salvai y Cynthia Will por sus invaluables comentarios sobre una versión preliminar de este artículo.

1. Grupos de matrices

> *They are pervasive not only in geometry but also in almost all fields of mathematics and of mathematical physics. The reason is simple: Lie groups are at the same time geometric objects and algebraic ones, so they promise a rich interplay.*
>
> Marcel Berger [B2, 4.1.3.3]

El conjunto $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ de todas las matrices reales $n \times n$ invertibles forma un grupo con la multiplicación usual de matrices. A un subgrupo

$$G \subset \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$$

se lo llama *grupo de matrices* o grupo lineal. Dichos grupos aparecen naturalmente en diferentes áreas de la Matemática como grupos de simetrías: automorfismos de estructuras algebraicas, isometrías de objetos geométricos, simetrías del conjunto de soluciones de ecuaciones diferenciales, etc.

Teorema 1.1. *Todo grupo de matrices cerrado $G \subset \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ es una variedad diferenciable.*

Es muy remarcable y resulta hasta milagroso que el sólo hecho de ser grupo provea de tanta suavidad a un conjunto que es apenas cerrado. Algunas de las siguientes observaciones son importantes teoremas en Teoría de Lie:

- Los grupos que son variedades, o variedades que son grupos, como se prefiera, tales que el producto y la inversión son diferenciables son llamados *grupos de Lie.* Recíproca y curiosamente, todo grupo de Lie es, salvo cubrimiento finito, isomorfo a un grupo de matrices cerrado.

- El espacio tangente de la variedad G en la matriz identidad $I \in G$,

$$\mathfrak{g} := T_I G,$$

es un subespacio de $\mathfrak{gl}_n(\mathbb{R})$, el espacio vectorial de todas las matrices reales $n \times n$. Notar que $T_I \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}) = \mathfrak{gl}_n(\mathbb{R})$ pues $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ es abierto en $\mathfrak{gl}_n(\mathbb{R})$.

- Pero $\mathfrak{g}$ es algo más que un subespacio, se obtiene que

$$[X, Y] := XY - YX \in \mathfrak{g}, \qquad \forall X, Y \in \mathfrak{g},$$

derivando la curva $\alpha(t)\beta(s)\alpha(t)^{-1} \in G$ primero respecto de s en $s = 0$ y luego respecto de t en $t = 0$, donde $\alpha, \beta : (-\epsilon, \epsilon) \to G$ son curvas tales que $\alpha(0) = \beta(0) = I$ y $\alpha'(0) = X$, $\beta'(0) = Y$. Esto provee a $\mathfrak{g}$ de una estructura llamada *álgebra de Lie*.

- Recíprocamente, para toda subálgebra de Lie $\mathfrak{g} \subset \mathfrak{gl}_n(\mathbb{R})$ invariante por la transpuesta de matrices, existe un único grupo de matrices cerrado y conexo G tal que $\mathfrak{g} = T_I G$.

- Usando sólo que G es cerrado y el análogo para matrices de la conocida identidad $e^t = \lim_{k\to\infty} \left(\frac{t+k}{k}\right)^k$, se prueba que $e^X \in G$ para todo $X \in \mathfrak{g}$. Más aún, la función exponencial $e : \mathfrak{g} \to G$ define una carta alrededor del punto $I \in G$ y es suryectiva cuando G es conexo y compacto.

La influencia de este objeto puramente algebraico $\mathfrak{g}$ sobre la variedad G es muy fuerte:

- $\mathfrak{g} = 0$ implica que G es un conjunto discreto;

- si $\mathfrak{g}_1 = \mathfrak{g}_2$, entonces los correspondientes grupos G_1 y G_2 tienen la misma componente conexa que contiene a I;

- si $\mathfrak{g}$ es *abeliana*, i.e., $[X, Y] = 0$ para todo $X, Y \in \mathfrak{g}$, entonces el grupo G es también abeliano si es conexo;

- existe un isomorfismo/difeomorfismo entre los grupos conexos G_1 y G_2 si sus álgebras de Lie $\mathfrak{g}_1$ y $\mathfrak{g}_2$ son isomorfas;

- cuando $\mathfrak{g}$ está compuesta de matrices antisimétricas, G es compacto;

- si apenas un $X \in \mathfrak{g}$ tiene al menos un autovalor real no nulo, entonces G no puede ser compacto, pues el subconjunto $\{e^{tX} : t \in \mathbb{R}\} \subset G$ no es acotado.

Es la intención de este artículo concentrarse en los grupos de matrices compactos, los cuales son por supuesto automáticamente cerrados. Listamos a continuación algunos de los ejemplos de grupos de matrices compactos más conocidos:

- $\mathrm{O}(n) = \{A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}) : AA^t = I\}$, donde A^t denota la transpuesta de A,

- $\mathrm{SO}(n) = \{A \in \mathrm{O}(n) : \det A = 1\}$,

- $\mathrm{U}(n) = \{A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C}) : AA^* = I\}$, donde A^* denota la transpuesta conjugada de A (se tiene que $\mathrm{U}(n) \subset \mathrm{SO}(2n)$ luego de ver a A como matriz real de la manera usual),

- $\mathrm{SU}(n) = \{A \in \mathrm{U}(n) : \det A = 1\}$,

- $\mathrm{Sp}(n) = \{A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{H}) : AA^* = I\}$, donde $\mathbb{H}$ son los cuaterniones y A^* denota la transpuesta conjugada de A (se cumple que $\mathrm{Sp}(n) \subset \mathrm{SU}(2n) \subset \mathrm{SO}(4n)$),

con respectivas álgebras de Lie dadas por:

- $\mathfrak{so}(n) = \mathfrak{o}(n) = \{X \in \mathfrak{gl}_n(\mathbb{R}) : X^t = -X\}$,
- $\mathfrak{u}(n) = \{X \in \mathfrak{gl}_n(\mathbb{C}) : X^* = -X\}$,
- $\mathfrak{su}(n) = \{X \in \mathfrak{u}(n) : \operatorname{tr} X = 0\}$,
- $\mathfrak{sp}(n) = \{X \in \mathfrak{gl}_n(\mathbb{H}) : X^* = -X\}$.

Vale la pena notar que todos estos grupos son más que cerrados, son subconjuntos algebraicos de $\mathbb{R}^{n^2}$ (i.e., los ceros reales simultáneos de un conjunto finito de polinomios, y por lo tanto de un único polinomio si se suman cuadrados) intersecados con $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$. Es por esto que son también llamados grupos algebraicos.

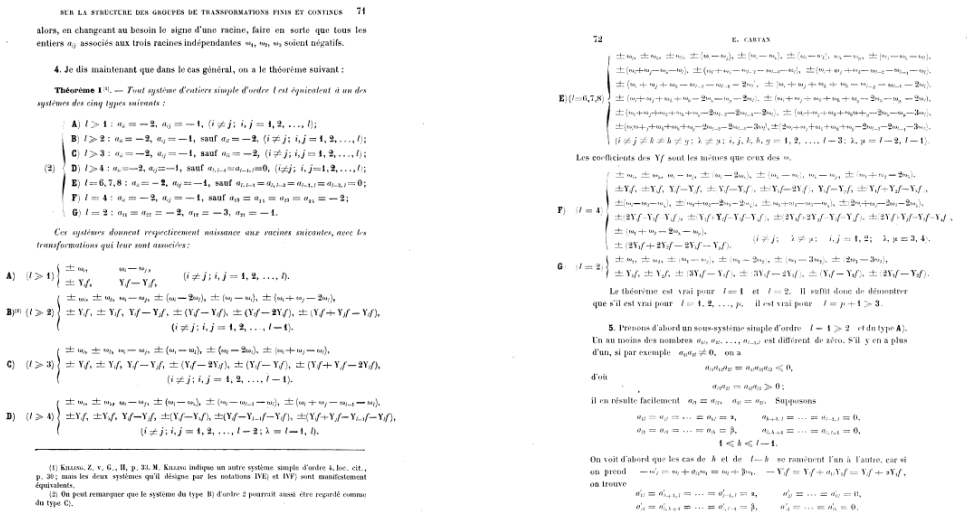


Figura 1: Dos páginas de la tesis doctoral de Élie Cartan (1894), donde aparece el teorema con la clasificación de los grupos de Lie simples compactos.

Todo grupo de matrices conexo y compacto con grupo fundamental finito se descompone de manera única como producto de grupos *simples*, i.e., sin subgrupos normales conexos. Una de las clasificaciones más importantes de la Matemática es la de los grupos de matrices compactos simples, la cual es equivalente a la de las álgebras de Lie complejas simples (i.e., sin ideales) y fue obtenida por Killing y Cartan en 1894 (ver Figuras 1 y 2):

- **Clásicos**: $\mathrm{SU}(n)$, $n \geq 2$, $\mathrm{SO}(2n+1)$, $n \geq 2$, $\mathrm{Sp}(n)$, $n \geq 3$, $\mathrm{SO}(2n)$, $n \geq 4$, de dimensiones n^2-1, $n(2n+1)$, $n(2n+1)$, $n(2n-1)$ y denotados por A_{n-1}, B_n, C_n, D_n, respectivamente.
- **Excepcionales**: E_6, E_7, E_8, F_4, G_2, de dimensiones 78, 133, 248, 52 y 14, respectivamente.

Los grupos excepcionales pueden ser vistos como grupos de matrices de la siguiente manera, considerando el tamaño más pequeño de matrices posible:

$$\mathrm{E}_6 \subset \mathrm{GL}_{27}(\mathbb{C}), \quad \mathrm{E}_7 \subset \mathrm{GL}_{56}(\mathbb{C}), \quad \mathrm{E}_8 \subset \mathrm{GL}_{248}(\mathbb{C}), \quad \mathrm{F}_4 \subset \mathrm{GL}_{26}(\mathbb{C}), \quad \mathrm{G}_2 \subset \mathrm{GL}_7(\mathbb{C}).$$

En las posteriores décadas luego de la clasificación, se fueron obteniendo presentaciones explícitas de todos los grupos simples excepcionales, por ejemplo, $G_2 = \mathrm{Aut}(\mathbb{O})$, el grupo de automorfismos del álgebra de octoniones, $F_4 = \mathrm{Aut}(\mathcal{J})$, donde $\mathcal{J}$ es el álgebra de Jordan de matrices 3×3 autoadjuntas sobre $\mathbb{O}$ ($\dim \mathcal{J} = 27$), y se han encontrado algunas inquietantes relaciones entre E_8 y el *monster group*, el grupo finito simple excepcional más grande, que tiene orden $\sim 10^{54}$ y representación compleja más chica de dimensión 196883.

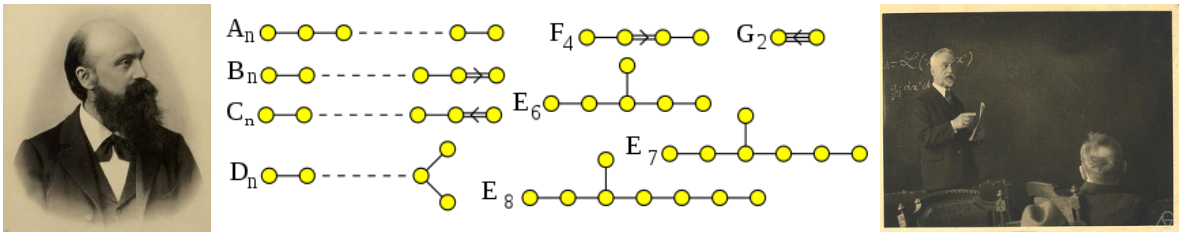


Figura 2: Wilhelm Killing (izquierda), Élie Cartan (derecha) y los diagramas que determinan la clasificación de los grupos de Lie simples compactos.

2. Espacios homogéneos

Homogeneous spaces are, in a sense, the nicest examples of Riemannian manifolds and are good spaces on which to test conjectures.

Jeff Cheeger-David Ebin [CE, Chapter 3]

Dado un subgrupo K de un grupo G, consideramos el conjunto de coclases a derecha,

$$G/K := \{[A] : A \in G\}, \qquad \text{donde} \quad [A] := AK = \{AB : B \in K\},$$

al cual llamaremos *espacio homogéneo*.

Teorema 2.1. *Si $K \subset G \subset \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ son grupos de matrices cerrados, entonces el espacio homogéneo $M = G/K$ es una variedad diferenciable.*

Este resultado tiene consecuencias muy relevantes y gratificantes:

- La topología cociente en $M = G/K$ es la involucrada, así que si G es conexo o compacto, entonces también lo es M.
- El espacio tangente de $M = G/K$ en el punto $o = [I]$, llamado *origen*, es precisamente

$$T_oM = \mathfrak{g}/\mathfrak{k}, \qquad \text{en particular,} \quad \dim M = \dim G - \dim K,$$

  donde $\mathfrak{g}$ y $\mathfrak{k}$ son respectivamente las álgebras de Lie de G y de K.
- La proyección usual $\pi : G \to G/K$ resulta ser una submersión entre las variedades.
- Cada $A \in G$ define un difeomorfismo τ_A de M por $\tau_A(BK) := ABK$, el cual fija el punto o si y sólo si $A \in K$.
- Todo automorfismo φ de G tal que $\varphi(K) \subset K$ también define un difeomorfismo de M que fija el origen dado por $BK \mapsto \varphi(B)K$. Por ejemplo, φ podría ser la conjugación por cualquier elemento del normalizador $N_G(K)$.

Notar que los τ_A's definen una acción *transitiva* de G sobre G/K (i.e., con una sola órbita igual a todo M). Una variedad diferenciable M se llama *homogénea* si admite una acción transitiva de algún grupo de Lie, y cada una de estas acciones proveen una presentación distinta de M como espacio homogéneo.

Observación 2.2. Se puede probar que dados dos puntos p y q en cualquier variedad diferenciable M, siempre existe un difeomorfismo f de M tal que $f(p) = q$. En otras palabras, no hay ningún punto especial en M. Esto, por supuesto, no ocurre en general para un espacio topológico X y sus homeomorfismos. Curiosamente, puede fallar incluso en un espacio topológico localmente homeomorfo a $\mathbb{R}^n$, como lo muestra el espacio llamado 'línea con dos orígenes', aunque si pedimos que X sea además Hausdorff, sí se cumple: para todo par de puntos p y q en X existe un homeomorfismo f de X tal que $f(p) = q$.

No es fácil encontrar una variedad diferenciable que no sea homogénea. El ejemplo más simple es el toro doble (i.e., una dona con dos agujeros), que no puede ser homogénea debido a la siguiente obstrucción topológica: toda variedad homogénea M tiene característica de Euler $\chi(M) \geq 0$, y la del toro doble es igual a -2 (ver Figura 3).

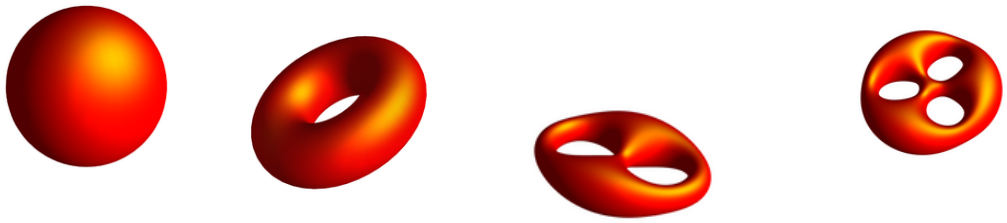


Figura 3: Las dos variedades de la izquierda son homogéneas, los dos de la derecha, no.

Supongamos ahora que M es simplemente un conjunto donde un grupo de matrices cerrado G actúa de forma *transitiva*. Si además el *subgrupo de isotropía* en algún elemento $p \in M$, definido por $K := \{A \in G : A \cdot p = p\}$, es cerrado, entonces M queda identificado con el espacio homogéneo G/K. Así es como el conjunto M tiene la fortuna de subir de categoría, $M = G/K$ es ahora una variedad diferenciable con espacios tangentes, donde se puede derivar funciones y estudiar sus puntos críticos, integrar funciones, definir campos y distribuciones, etc.

Ejemplo 2.3. Es fácil ver que en el conjunto

$$M := \{\text{subespacios de } \mathbb{R}^n \text{ de dimensión } 2\},$$

el grupo $\mathrm{O}(n)$ actúa transitivamente y su isotropía en el plano generado por e_1, e_2 es

$$K = \left[\begin{array}{c|c} \mathrm{O}(2) & 0 \\ \hline 0 & \mathrm{O}(n-2) \end{array}\right].$$

Esto implica que

$$M = \mathrm{O}(n)/\mathrm{O}(2) \times \mathrm{O}(n-2) = \mathrm{SO}(n)/\mathrm{S}(\mathrm{O}(2) \times \mathrm{O}(n-2))$$

es, naturalmente, una variedad diferenciable compacta y conexa de dimensión $2(n-2)$, pues

$$\dim M = \dim \mathrm{O}(n) - \dim K = \frac{n(n-1)}{2} - 1 - \frac{(n-2)(n-3)}{2} = 2(n-2).$$

Ciertamente, en vista de la definición original del conjunto M, todo esto era muy difícil de intuir. Se necesitan por ejemplo 6 parámetros para describir el conjunto de 2-subespacios de $\mathbb{R}^5$.

Bastante más ambicioso es preguntarse cuál sería la curva más corta entre dos subespacios de $\mathbb{R}^n$, pero para responder a esto necesitamos una métrica natural en M, lo cual es el objeto de estudio de la siguiente sección.

Otros ejemplos donde se puede aplicar el mismo 'yoga' del Ejemplo 2.3:

- $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})/\mathrm{O}(n) = \{\text{productos internos en } \mathbb{R}^n\}$.
- $\mathrm{O}(n)/\mathrm{O}(k) \times \mathrm{O}(n-k) = \{\text{subespacios } k\text{-dimensionales de } \mathbb{R}^n\}$ (*Grassmannianas*).
- $\mathrm{O}(n)/\mathrm{O}(n_1) \times \cdots \times \mathrm{O}(n_k) = \{\text{banderas } W_1 \subset \cdots \subset W_{k-1} \subset \mathbb{R}^n : \dim W_i = n_1 + \cdots + n_i\}$, donde $n_1 + \cdots + n_k = n$ (variedades *banderas*).
- $\mathrm{SO}(n)/\mathrm{SO}(n-k) = \{k\text{-uplas ortonormales de vectores de } \mathbb{R}^n\}$ (variedades de *Stiefel*).
- $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})/\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z}) = \{\text{retículos de rango } n \text{ en } \mathbb{R}^n\}$.

3. Métricas Riemannianas

A Riemannian manifold is really made up of an infinity of small pieces of Euclidean spaces.

Élie Cartan [Be, 0.1]

Thus it is that mathematicians long ago solved the formal problems to which we are led by the general postulate of relativity.

Albert Einstein [E2, Chapter 24]

Las variedades diferenciables son a veces descriptas como espacios topológicos donde se puede hacer análisis, tal como en $\mathbb{R}^n$, con sólo tomar coordenadas. Un aspecto crucial que esta descuidada descripción está ignorando es el importante papel que juega en el análisis real el producto interno usual que se tiene en $\mathbb{R}^n$, en realidad, en cada espacio tangente de $\mathbb{R}^n$. Repasemos algunas de las limitaciones que padece una variedad diferenciable:

- La derivada de un campo X respecto de un vector tangente v en un punto $p \in M$ no está definida.
- ¿Cuál es la longitud de un vector tangente? En particular, no podemos medir tampoco la longitud de una curva. ¿Cuál es entonces la distancia entre dos puntos, o la curva más corta entre ellos?
- No existen los conceptos de campo gradiente ni de Hessiano de una función, como tampoco el de la divergencia de un campo.
- Sin alguna conexión naturalmente definida entre los espacios tangentes, es imposible trasladar 'paralelamente' un vector a lo largo de una curva. Esto impide contar con una noción de quiénes serían las curvas análogas a las rectas en la variedad.

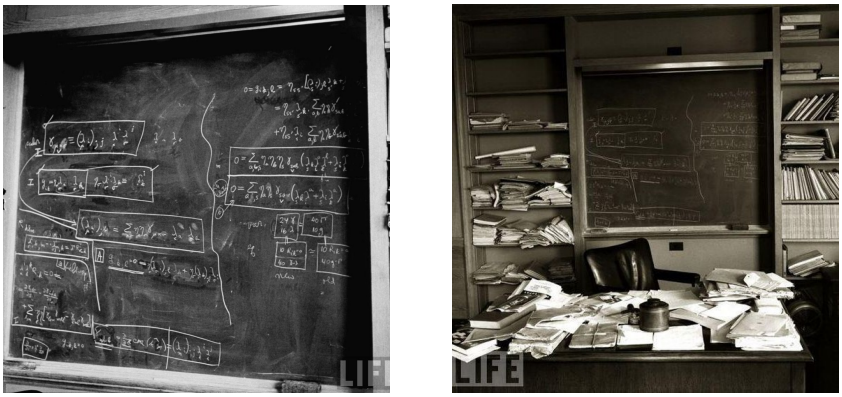


Figura 4: Oficina de Albert Einstein en Princeton, en el pizarrón se pueden ver la métrica Riemanniana g y su curvatura de Ricci R.

Todo esto representa una gran motivación para, sin más, considerar un producto interno en cada espacio tangente de una variedad diferenciable M. Si esto se realiza de una manera diferenciable, al objeto resultante se lo denomina *métrica Riemanniana*, pues fueron introducidas por Riemann en 1854 en su conferencia para acceder a la habilitación en Göttingen al frente de su director, Gauss. A una métrica Riemanniana se la denota por g, siendo g_p el producto interno en cada $p \in M$. La notación g es debida a Einstein y proviene de campo gravitacional (ver Figura 4). Al par (M, g) se lo llama *variedad Riemanniana*.

Una métrica Riemanniana en una variedad M aporta mucho más que la posibilidad de hacer análisis en variedades, en efecto, hace germinar la geometría:

- **Longitud** de curvas: $L(\alpha) := \int_a^b \sqrt{g_{\alpha(t)}(\alpha'(t), \alpha'(t))}\, dt$.
- **Distancia** en M: $d_g(p, q) := \text{ínf}\{L(\alpha) : \alpha \text{ curva de } p \text{ a } q\}$, la cual define la misma topología de M.
- **Isometrías**: función diferenciable $f : M \to M$ tal que

  $$g_{f(p)}(df|_p \cdot, df|_p \cdot) = g_p(\cdot, \cdot), \qquad \forall p \in M,$$

  o equivalentemente, $d_g(f(p), f(q)) = d_g(p, q)$ para todo $p, q \in M$. El grupo $\text{Iso}(M, g)$ de todas las isometrías de una métrica Riemanniana g es siempre un grupo de Lie, aunque genéricamente trivial. Sólo las métricas más 'lindas' tienen $\text{Iso}(M, g)$ no trivial, i.e., tienen algunas simetrías.
- **Área** o **volumen** de subconjuntos de M.
- **Conexión** natural entre espacios tangentes, paralelismo, geodésicas (las cuales juegan el papel de 'rectas' en M), holonomía.
- **Curvatura**, la métrica g le da forma a M en algún sentido.

El concepto de curvatura convenció a Einstein de usar las métricas Riemannianas (y *Lorentzianas*, i.e., cuando g_p es un producto escalar de signatura $(n-1, 1)$) para describir diferentes modelos de nuestro universo, dando comienzo a la Teoría de la Relatividad. Dicho de manera muy coloquial, Einstein propuso explicar la fuerza de gravedad mediante la curvatura que los objetos de gran masa inducen al universo, atrayendo así a otros objetos.

La *curvatura seccional* de una métrica g es la función, en cada $p \in M$, dada por

$$\text{Sec}(g)_p : \{2\text{-subspacios de } T_pM\} \to \mathbb{R},$$

donde $\mathrm{Sec}(g)_p(\sigma)$ es la curvatura de Gauss de la superficie generada por todas las geodésicas que pasan por p con velocidad en el plano σ (ver Figura 5). Debido a que el dominio de $\mathrm{Sec}(g)_p$ es conexo y compacto (ver Ejemplo 2.3), su imagen es un intervalo cerrado $[a_p, b_p]$ para cada $p \in M$. La curvatura seccional es un objeto extremadamente difícil de estudiar, por ejemplo, es todavía un problema abierto la clasificación de las variedades compactas que admiten una métrica de curvatura positiva, i.e., $0 < a_p$ para todo $p \in M$ (ver [Se]). La existencia de métricas con alguna propiedad especial de curvatura tiene usualmente dramáticas consecuencias topológicas para M.

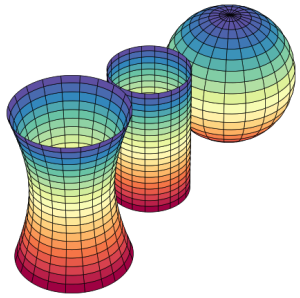


Figura 5: De izquierda a derecha, curvatura de Gauss negativa, cero y positiva, respectivamente.

El siguiente resultado nos permite definir métricas Riemannianas en espacios homogéneos de una manera completamente algebraica.

Teorema 3.1. *En un espacio homogéneo $M = G/K$, todo producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ K-invariante en $\mathfrak{g}/\mathfrak{k}$ define una única métrica Riemanniana en M.*

Algunas aclaraciones:

- Cada matriz $A \in K$ actúa en $\mathfrak{g}$ por conjugación, i.e., $\mathrm{Ad}(A)X := AXA^{-1}$ para todo $X \in \mathfrak{g}$, y como $\mathrm{Ad}(A)\mathfrak{k} \subset \mathfrak{k}$, entonces también actúa en $\mathfrak{g}/\mathfrak{k} = T_oM$.
- Un producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ en $\mathfrak{g}/\mathfrak{k}$ se dice entonces *K-invariante* si $\mathrm{Ad}(A) : \mathfrak{g}/\mathfrak{k} \to \mathfrak{g}/\mathfrak{k}$ es $\langle \cdot, \cdot \rangle$-ortogonal para todo $A \in K$ (i.e., $\langle \mathrm{Ad}(A)\cdot, \mathrm{Ad}(A)\cdot \rangle = \langle \cdot, \cdot \rangle$).
- La métrica g que brinda el teorema es *G-invariante*, i.e., el difeomorfismo $\tau_A : M \to M$ es una isometría de g para todo $A \in G$. En otras palabras, G actúa transitivamente en M por isometrías de g. A una variedad Riemanniana (M, g) con esta bella propiedad de que para todo par de puntos $p, q \in M$ existe una isometría f tal que $f(p) = q$ se la llama *homogénea* (i.e., su grupo de isometrías $\mathrm{Iso}(M, g)$ actúa transitivamente en M).
- Recíprocamente, toda métrica G-invariante en $M = G/K$ satisface que g_o es un producto interno K-invariante en $T_oM = \mathfrak{g}/\mathfrak{k}$.

Se obtiene así que, cuando K es compacto, siempre existe una métrica G-invariante en $M = G/K$: integramos (o promediamos) sobre K cualquier producto interno en $\mathfrak{g}/\mathfrak{k}$. Cuando además $G \subset \mathrm{O}(n)$ (i.e., G compacto) y es *semisimple* (i.e., producto de simples), el producto interno canónico dado por

$$\langle X, Y \rangle_{\mathfrak{g}} := -\operatorname{tr} XY, \qquad \forall X, Y \in \mathfrak{g} \subset \mathfrak{so}(n), \tag{1.1}$$

es claramente K-invariante y por lo tanto define una métrica G-invariante distinguida en $M = G/K$ llamada *estándar* (denotada por g_{est}).

Ejemplo 3.2. En el espacio homogéneo $M = G/K = \mathrm{O}(n)/\mathrm{O}(2) \times \mathrm{O}(n-2)$ del Ejemplo 2.3, es fácil ver que K actúa en forma *irreducible* en $\mathfrak{g}/\mathfrak{k} = \mathfrak{so}(n)/\mathfrak{so}(2) + \mathfrak{so}(n-2)$ (i.e., sin subespacios propios no nulos invariantes), por lo tanto M admite una sola métrica Riemanniana $\mathrm{O}(n)$-invariante salvo múltiplo. La existencia sigue de la compacidad de K y la unicidad de que la matriz simétrica correspondiente a cualquier otro producto interno K-invariante no puede tener autoespacios propios por la irreducibilidad, i.e., debe ser un múltiplo de la identidad (a este argumento se lo denomina a veces 'por el Lema de Schur').

De esta manera, este conjunto M de todos los 2-subespacios de $\mathbb{R}^n$, que evolucionó de mero conjunto a variedad diferenciable en Ejemplo 2.3, ahora se ha convertido de una manera muy natural en una variedad Riemanniana, donde es posible responder todas las preguntas geométricas realizadas más arriba, y mucho más ...

4. Métricas de Einstein

We do not claim to work for mathematical physics. However, in their views on this, theoretical physicists fall into two groups. The first believes that what we do is just rubbish. The second thinks that Riemannian manifolds (for example Einstein Riemannian manifolds) may be of some help to them, if only by way of inspiration.

Arthur Besse [Be, 0.14]

En Matemática, hay preguntas que a pesar de su ambigüedad pueden llegar a ser muy inspiradoras, motivadoras de grandes avances. Es precisamente su falta de rigurosidad lo que las hace incitantes. La siguiente es una de ellas, aparece a lo largo de toda la Matemática, no sólo en geometría, y en el contexto de este artículo se presenta de la siguiente manera.

Problema 4.1. Dada M una variedad diferenciable, ¿cuál es la 'mejor' o 'más distinguida' métrica Riemanniana sobre M? ¿hay una métrica 'canónica' en M?

Figura 6: Algunos de los amigos de Arthur Besse, de izquierda a derecha, Marcel Berger, Lionel Bérard-Bergery, Jean-Pierre Bourguignon y Pierre Pansu.

Por supuesto, el significado de los adjetivos 'mejor', 'distinguida' y 'canónica' son parte del problema. Las condiciones que definen una tal métrica deben ser suficientemente razonables para permitir su existencia, pero a la vez no demasiado indulgentes, pues nos interesa algún tipo de unicidad. Esta pregunta es el leitmotiv del libro [Be], escrito por Arthur Besse en los 1980s (ver Figura 6), un matemático que nunca morirá porque nunca existió, como Nicolas Bourbaki.

Se requiere de una buena apertura mental para pensar en el conjunto

$$\mathcal{M}_M := \{\text{métricas Riemannianas en } M\},$$

un objeto realmente gigante y oscuro que puede ser visto como un invariante de M, sus propiedades pueden ser usadas para diferenciar a dos variedades. Se tiene que $\mathcal{M}_M$ es una variedad de dimensión infinita de manera natural. El Problema 4.1 pregunta por elementos distinguidos en este monstruo.

Una de las formas naturales de 'evaluar' a una métrica es analizando cuán uniforme es su curvatura, tanto a lo largo de M como del inmenso espacio de planos de cada espacio tangente. Como primera propuesta podríamos pedir que la curvatura seccional sea constante, i.e.,

$$\mathrm{Sec}(g)_p(\sigma) = \kappa, \qquad \text{para todo 2-subespacio } \sigma \text{ de } T_pM \text{ y todo } p \in M. \tag{1.2}$$

Esto proporciona la unicidad, pero es tan fuerte que sólo hay tres variedades simplemente conexas en cada dimensión que admiten tal métrica: el espacio Euclídeo ($\kappa = 0$), la esfera ($\kappa > 0$) y el espacio hiperbólico ($\kappa < 0$). Es así como la primera propuesta resulta bastante ingenua.

Una segunda opción podría ser pedir que la suma de las curvaturas seccionales de todos los planos definidos por una base ortonormal de T_pM no dependa del punto $p \in M$. A dicha función, dada más precisamente por

$$\mathrm{Sc}(g) : M \to \mathbb{R}, \qquad \mathrm{Sc}(g)(p) := \sum_{i<j} \mathrm{Sec}(g)_p(\sigma_{ij}),$$

donde $\{X_1, \dots, X_n\}$ es cualquier base g_p-ortonormal de T_pM y σ_{ij} es el subespacio generado por X_i, X_j, se la llama *curvatura escalar* de g. La condición en cuestión es que la función $\mathrm{Sc}(g)$ sea constante en M. La existencia está garantizada, en efecto, para toda métrica g existe una función diferenciable positiva $\psi : M \to \mathbb{R}$ tal que la curvatura escalar de la nueva métrica ψg es constante, lo que implica que esta condición es muy débil, hay demasiadas métricas que la satisfacen.

Esto nos lleva a buscar una condición intermedia entre las dos ya consideradas. Dado un vector tangente unitario $X \in T_pM$, podemos considerar la suma de las curvaturas seccionales de todos los planos generados por X y otro vector de una base ortonormal de T_pM que contenga a X, y pedir como condición que dicho número no dependa de la dirección X, ni del punto p. Ésta es precisamente la definición de una *métrica de Einstein*, las cuales son, de acuerdo a Einstein, las que más se acercarían a describir la curvatura de nuestro universo.

La cuenta de arriba define en realidad una forma cuadrática para cada $p \in M$, llamada *curvatura de Ricci*, dada por

$$\mathrm{Ric}(g)_p : T_pM \to \mathbb{R}, \qquad \mathrm{Ric}(g)_p(X) := \sum_{i=2}^{n} \mathrm{Sec}(g)_p(\sigma_i),$$

donde σ_i es el subespacio generado por X, X_i, $i = 2, \dots, n$ y $\{X, X_2, \dots, X_n\}$ es una base g_p-ortonormal de T_pM. Una métrica g es entonces de Einstein cuando la correspondiente forma bilineal simétrica, también denotada por $\mathrm{Ric}(g)_p$, satisface que

$$\mathrm{Ric}(g)_p = \rho g_p, \qquad \text{para algún } \rho \in \mathbb{R}, \quad \text{para todo } p \in M. \tag{1.3}$$

A ρ se la llama *constante de Einstein* o constante cosmológica. La ecuación de Einstein (1.3) representa un tremendo sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con incógnita g.

Corresponde en este momento hacer las siguientes observaciones:

- Sobre la existencia, es muy frustrante que la siguiente pregunta permanezca abierta: ¿hay una variedad M de dimensión ≥ 5 que no admita una métrica de Einstein? En dimensión 4 se conocen varias y en dimensiones 2 y 3 las métricas de Einstein son en realidad las que tienen curvatura seccional constante (ver (1.2)).

- Respecto de la unicidad, se tiene que el subespacio $\mathcal{E}_M \subset \mathcal{M}_M$ de métricas de Einstein sobre M, si no es vacío, tiene 'dimensión' finita, se necesita sólo una cantidad finita de parámetros para describirlo. Considerando el fastuoso tamaño de $\mathcal{M}_M$, esto puede admitirse como una propiedad razonable de unicidad.

- Otra propiedad relacionada a la unicidad es la *rigidez*: la métrica de Einstein está aislada en el espacio de moduli $\mathcal{M}_M/\sim$ de métricas salvo *homotecia* (i.e., salvo isometría y escalamiento). En otras palabras, es localmente única. Se conocen demasiado pocas métricas de Einstein rígidas, es uno de los problemas más importantes del tema.

En 1915, Hilbert demostró que si M es compacta, las métricas de Einstein son precisamente los puntos críticos de la funcional *curvatura escalar total* definida por

$$\mathrm{ScT} : \mathcal{M}_M^1 \to \mathbb{R}, \qquad \mathrm{ScT}(g) := \int_M \mathrm{Sc}(g)(p)\, d\,\mathrm{vol}(g),$$

donde $\mathcal{M}_M^1$ es la subvariedad de $\mathcal{M}_M$ de métricas de volumen igual a 1. Esto provee otro punto de vista desde el cual las métricas de Einstein son muy especiales, además de una herramienta analítica para abordar los problemas de existencia y rigidez.

El coíndice y la nulidad de toda métrica de Einstein como punto crítico de $\mathrm{ScT} : \mathcal{C}_M^1 \to \mathbb{R}$ son siempre finitos, donde $\mathcal{C}_M$ es la subvariedad de métricas con curvatura escalar constante. Sin embargo, los máximos locales se hicieron esperar, luego de algunos espacios simétricos encontrados en los 1980s (ver [K]), recién el año pasado fue probado que en realidad abundan (ver [LW, LL, S]). Notar que si una métrica de Einstein g es *estable* (i.e., el Hessiano es definido negativo modulo deformaciones triviales y en particular es un máximo local), entonces es un punto crítico aislado salvo homotecia, es decir, g es rígida.

Observación 4.2. En algunos contextos donde se sabe que las métricas de Einstein no existen, por ejemplo el de métricas invariantes en un grupo de matrices no compacto, un concepto relativamente nuevo (esto es, en Matemática, no mucho más de 30 años) aporta a veces una métrica canónica, son los llamados *solitones de Ricci*:

$$\mathrm{Ric}(g) = \rho g + \mathcal{L}_X g, \qquad \text{para algún } \rho \in \mathbb{R} \text{ y campo diferencial } X \text{ en } M,$$

donde $\mathcal{L}_X g$ denota la derivada de Lie de la métrica g respecto de X. De estos animales se tuvo que deshacer Perelman en su prueba de la Conjetura de Poincaré, pues son precisamente las singularidades de su principal herramienta, el ya célebre *flujo de Ricci* introducido por Hamilton en los 1980s (ver [L1, L2] para más información).

5. Métricas de Einstein homogéneas

For homogeneous but nonsymmetric spaces, even though in theory the curvature is algebraically computable, it can be a very subtle question to find Einstein homogeneous metrics, and it can even be proved to be impossible in some cases.

Marcel Berger [B1, III.C]

En espacios homogéneos, como era de esperar, las ecuación de Einstein (1.3) para una métrica invariante puede escribirse de forma algebraica, como un sistema de ecuaciones polinomiales con una cantidad finita de variables. En efecto, como todos los objetos involucrados en la ecuación (1.3) son G-invariantes, la condición de Einstein es equivalente a $\mathrm{Ric}(g)_o = \rho g_o$, algo que sucede enteramente en $T_oM = \mathfrak{g}/\mathfrak{k}$, un espacio vectorial de dimensión finita.

Más precisamente, si suponemos por simplicidad que G es compacto y semisimple y la representación de isotropía del espacio homogéneo $M = G/K$ es *libre de multiplicidad*, es decir, se descompone como

$$\mathfrak{g}/\mathfrak{k} = \mathfrak{p}_1 \oplus \cdots \oplus \mathfrak{p}_r, \tag{1.4}$$

donde las $\mathfrak{p}_i$'s son K-representaciones irreducibles y mutuamente no equivalentes, entonces toda métrica G-invariante en $M = G/K$ está determinada por una r-upla $g = (x_1, \dots, x_r)$ respecto del producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathfrak{g}}$ (ver (1.1)):

$$g = x_1 \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathfrak{g}}|_{\mathfrak{p}_1 \times \mathfrak{p}_1} + \cdots + x_r \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathfrak{g}}|_{\mathfrak{p}_r \times \mathfrak{p}_r}, \qquad x_i > 0.$$

Las ecuación de Einstein (1.3) para g queda entonces descripta por el siguiente sistema:

$$\frac{1}{2x_k} - \frac{1}{2d_k} \sum_{i,j=1}^{r} c_{ij}^k \frac{x_j}{x_i x_k} + \frac{1}{4d_k} \sum_{i,j=1}^{r} c_{ij}^k \frac{x_k}{x_i x_j} = \rho, \qquad \forall k = 1, \dots, r, \tag{1.5}$$

donde los c_{ij}^k son las *constantes de estructura* del corchete de Lie de $\mathfrak{g}$ restringido a $\mathfrak{g}/\mathfrak{k}$ respecto de la descomposición (1.4), i.e.,

$$c_{ij}^k := \sum_{\alpha,\beta,\gamma} \left(\mathrm{tr}\, [X_\alpha^i, X_\beta^j] X_\gamma^k \right)^2, \qquad \{X_\alpha^i\} \text{ base } \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathfrak{g}}\text{-ortonormal de } \mathfrak{p}_i.$$

El sistema (1.5) es algebraico pero extremadamente complicado, las siguientes preguntas básicas y muy naturales han resistido el embate de una gran cantidad de matemáticos por más de medio siglo:

- ¿Cuáles espacios homogéneos admiten una métrica de Einstein?, en particular, ¿cuándo el sistema (1.5) admite una solución positiva? Los ingredientes de una tal caracterización podrían ser condiciones puramente algebraicas sobre los grupos de matrices G y K y no menos importante, sobre cómo está incluido K en G, como así también condiciones topológicas sobre la variedad $M = G/K$. Los resultados más fuertes hasta ahora, obtenidos por Böhm-Wang-Ziller, Böhm y Graev, dan condiciones suficientes para la existencia en términos de, respectivamente, grafos, complejos simpliciales y conjuntos semialgebraicos asociados al curioso conjunto de todos los grupos intermedios $K \subset H \subset G$ y sus correspondientes banderas $H_1 \subset \cdots \subset H_m$ (ver [BK]). No obstante, vale la pena notar que dichas condiciones están lejos de ser necesarias; en efecto, existen muchos espacios homogéneos que sin satisfacerlas igual admiten métricas de Einstein.

- Dado un espacio homogéneo $M = G/K$, ¿existen sólo una cantidad finita de métricas de Einstein G-invariantes en M?, en particular, ¿es la cantidad de soluciones positivas al sistema (1.5) siempre finita? Esta desafiante pregunta permanece abierta incluso para espacios homogéneos muy conocidos con K abeliano y de baja dimensión como

  $$M^{12} = \mathrm{SO}(6)/\mathrm{S}(\mathrm{O}(2)^3), \quad M^{20} = \mathrm{SU}(5)/\mathrm{S}(U(1)^5), \quad M^{24} = \mathrm{SO}(8)/\mathrm{S}(\mathrm{O}(2)^4),$$

  donde la cantidad de variables es, respectivamente, $r = 6, 10, 12$.

Cuando la representación de isotropía de $M = G/K$ no es libre de multiplicidad todo se complica aún más. El cálculo de la curvatura de Ricci puede llegar a ser realmente penoso y la cantidad de variables aumenta notablemente respecto de la dimensión. Por ejemplo, no se ha logrado todavía una clasificación de las métricas de Einstein en los grupos de matrices $M^6 = \mathrm{SU}(2) \times \mathrm{SU}(2)$ o $M^8 = \mathrm{SU}(3)$, donde la cantidad de variables es 15 y 28, respectivamente. Ni siquiera se sabe si hay sólo una cantidad finita.

Existen cientos de artículos probando la existencia y a veces incluso clasificando todas las métricas de Einstein en ciertas clases especiales de espacios homogéneos (ver el reciente artículo expositivo [J], donde también se desarrolla el caso no compacto). Es importante notar que hay en la actualidad relativamente pocos ejemplos de espacios homogéneos para los cuales se haya probado que no admiten métricas de Einstein. Algunos de los ejemplos conocidos de no existencia de baja dimensión son:

$$M^{12} = \mathrm{SU}(4)/\mathrm{SU}(2), \qquad M^{12} = \mathrm{SU}(3) \times \mathrm{SU}(3)/\mathrm{U}(2), \qquad M^{21} = \mathrm{SO}(8)/\mathrm{SO}(4)\mathrm{U}(1),$$

donde la inclusión en el espacio de la izquierda no es la usual, está definida via $\mathrm{SU}(2) \subset \mathrm{Sp}(2) \subset \mathrm{SU}(4)$, y en el segundo el centro S^1 de $\mathrm{U}(2)$ se incrusta con pendiente racional distinta de 1.

Una pregunta muy natural es para qué espacios homogéneos la métrica estándar g_{est} es Einstein, en particular, cuándo $x_1 = \cdots = x_r = 1$ es solución del sistema (1.5). La respuesta para G simple fue dada por Wang-Ziller en los 1980s (ver [WZ]) y significó un verdadero *tour de force* en teoría de representaciones de grupos de matrices compactos. La lista obtenida no es tan larga considerando la magnitud de la selva a explorar, consta de 12 familias infinitas (numerables) con G clásico y 22 ejemplos aislados (sólo 2 con G clásico y 20 con G excepcional). En [LW, LL, S] se obtuvo qué tipo de puntos críticos son cada una de estas métricas estándar de Einstein.

La pregunta de cuándo g_{est} es Einstein para G semisimple con dos o más factores simples sigue abierta.

6. Reflexiones

Leer, por lo pronto, es una actividad posterior a la de escribir: más resignada, más civil, más intelectual.

Jorge Luis Borges (1935)

En lugar de conclusiones, se hacen en esta última sección algunas reflexiones que están basadas en opiniones personales del autor.

En la primera página de [E1], su principal artículo sobre la Teoría de la Relatividad, Albert Einstein escribió:

> *The mathematical tools that are necessary for general relativity were readily available in the 'absolute differential calculus', which is based upon the research on non-Euclidean manifolds by Gauss, Riemann, and Christoffel, and which has been systematized by Ricci and Levi-Civita and has already been applied to problems of theoretical physics*.

Así es, en Matemática, como en la vida, nadie sabe para quién trabaja. Lamentable y curiosamente, esta primera página no aparece en ninguna de las famosas traducciones del artículo, sólo se encuentra en el manuscrito original y fue revelada a la comunidad matemática por Alicia Dickenstein en 2009 (ver [D]).

Se puede aprovechar el espacio que dejan la inmensa cantidad de defensores y promotores de lo interdisciplinario, para hacer una pequeña apología, compensatoria, de la Matemática como disciplina. Algo que se ha intentado mostrar en este artículo con varios ejemplos explícitos, es que esta disciplina milenaria, si bien se nutre de preguntas o problemas que se generan en otras ciencias como la Física, la Astronomía, la Química, la Computación, etc., en realidad evoluciona por preguntas que van emergiendo de la misma Matemática, a medida que se avanza en el conocimiento, el entendimiento y la intuición. Son preguntas de diversos grados de profundidad, a veces naturales o esperables, a veces muy disruptivas o desconcertantes, que pueden ser respondidas en unas semanas o pueden perdurar por siglos, pero lo más remarcable es que aparecen de forma tan natural que no necesitan de ninguna argumentación, simplemente aparecen reclamando por un poco más de entendimiento sobre algo.

Es esencialmente el placer de entender el motor de la Matemática.

Referencias

[B1] M. BERGER, Riemannian geometry during the second half of the twentieth century, *Univ. Lect. Ser.* **17**, Amer. Math. Soc. (2000).

[B2] M. BERGER, A panoramic view of Riemannian geometry, Springer-Verlag (2003).

[Be] A. BESSE, Einstein manifolds, *Ergeb. Math.* **10** (1987), Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

[BK] C. BÖHM, M. KERR, Homogeneous Einstein metrics and butterflies. *Ann. Global Anal. Geom.* **63** (2023), 92.

[CE] J. CHEEGER, D. EBIN, Comparison theorems in Riemannian geometry, North Holland, Amsterdam (1975).

[D] A. DICKENSTEIN, A hidden praise of Mathematics, *Bulletin Amer. Math. Soc.* **46** (2009), 125-129.

[E1] A. EINSTEIN, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik* **9** (1916), 769-822.

[E2] A. EINSTEIN, Relativity: The Special and General Theory, New York: Henry Holt (1920).

[H] G.H. HARDY, A Mathematician's Apology, *Cambridge Univ. Press* (1940). Hay traducciones al español disponibles en internet.

[J] M. JABLONSKI Homogeneous Einstein Manifolds, *Revista de la UMA*, **64** (2023), 461-485.

[K] N. KOISO, Rigidity and stability of Einstein metrics: the case of compact symmetric spaces, *Osaka J. Math.* **17** (1980), 51-73.

[LL] E.A. LAURET, J. LAURET, The stability of standard homogeneous Einstein manifolds, *Math. Z.*, **303**, 16 (2023).

[L1] J. LAURET, Finding solitons, *Notices Amer. Math. Soc.*, May, 2020.

[L2] J. LAURET, Un enigma llamado Grigori Perelman, *Revista de Educación Matemática* **36**, no. 3 (2021), 29-38.

[LW] J. LAURET, C.E. WILL, On the stability of homogeneous Einstein manifolds II, *J. London Math. Soc.* **106** (2022), 3638-3669.

[S] P. SCHWAHN, The Lichnerowicz Laplacian on normal homogeneous spaces, preprint 2023 (arXiv).

[Se] C. SEARLE, Symmetries of spaces with lower curvature bounds, *Notices Amer. Math. Soc.*, April, 2023.

[WZ] M. Y. WANG, W. ZILLER, On normal homogeneous Einstein manifolds, *Ann. Sci. École Norm. Sup.* **18** (1985), 563-633.

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Miradas Matemáticas

Un procedimiento de cluster para conjuntos de funciones

Marcela Svarc

Universidad de San Andrés - CONICET

Introducción

El aprendizaje no supervisado ha recibido mucha atención en los últimos años. El aumento de la capacidad de almacenamiento de datos no solo ha incrementado la cantidad de información recopilada, sino que también ha modificado su naturaleza. Hace algunas décadas los datos a analizar eran típicamente observaciones reales o categóricas multivariadas, pero en la actualidad es común que los registros sean curvas o superficies. Ante este contexto es necesario volver a pensar los problemas estadísticos considerando la naturaleza de los datos de forma tal de poder extraer la información que tienen los valores observados de la manera más adecuada posible.

Uno de los grandes problemas que se plantean en el aprendizaje no supervisado es el *análisis de cluster*. En muchas ocasiones, para realizar un análisis de datos adecuado, es conveniente organizarlos en grupos homogéneos que se denominan **clusters.** Este tema ha sido extensamente estudiado en las últimas décadas y hay diversos enfoques para encarar el problema. Uno de los más extendidos y versátiles consiste en considerar una distancia entre los objetos a agrupar y, a partir de ella, construir los grupos. Esta construcción se realiza típicamente mediante un procedimiento jerárquico que comienza considerando que cada observación conforma un cluster, y en cada paso fusiona los dos grupos más próximos. Hay diversos criterios, llamados *enlaces*, para fusionar los dos grupos más próximos, basados en distancias entre grupos. Dentro de los más usuales se encuentra el *enlace completo*. Dados dos grupos C y C' el enlace completo está dado por

$$D(C, C') = \sup_{u \in C, v \in C'} \{d(u, v)\},$$

donde $d(u, v)$ es la distancia entre dos observaciones u y v. El procedimiento termina cuando todas las observaciones son fusionadas en un único cluster. El *dendrograma* ilustra gráficamente este procedimiento, ver Figura 1. En un dendrograma, cada hoja en la parte inferior representa una observación individual. A medida que se desplaza hacia arriba en el diagrama, las ramas se fusionan, representando la formación de clusters. La altura en la que dos ramas se fusionan indica la distancia entre los clusters o puntos que

se están fusionando. Cuanto más alta sea la fusión en el dendrograma, más disímiles son los clusters. Al cortar el dendrograma a una altura particular, queda determinada la conformación de los clusters dada por las componentes conexas del dendrograma.

Uno de los mayores desafíos que presenta el problema de cluster es determinar el *número de grupos*. Un criterio heurístico para determinar el número de grupos a partir de un dendrograma es encontrar una altura donde la distancia vertical sea *significativa*. También hay procedimientos analíticos para determinar el número de grupos y en problemas aplicados el conocimiento del experto es fundamental para tomar estas decisiones.

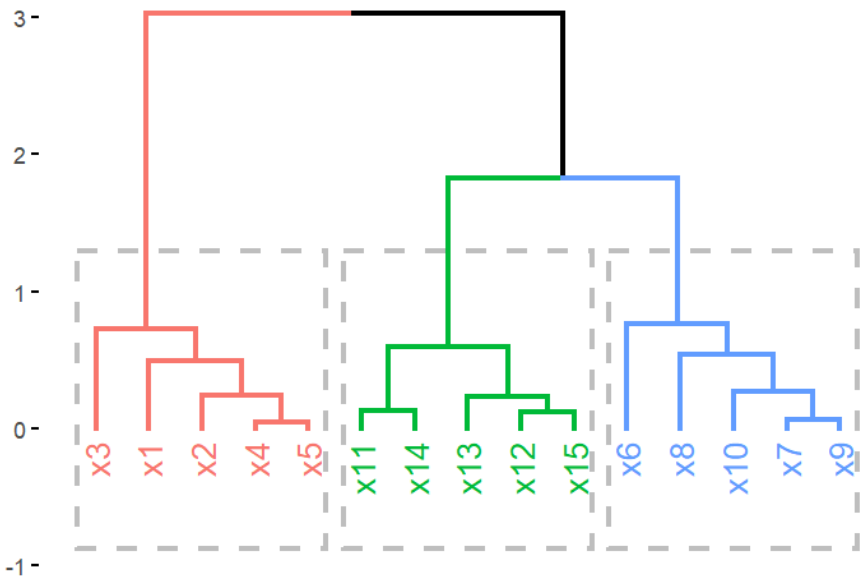


Figura 1: Dendrograma para un conjunto de 15 observaciones que conforman tres clusters, cada cluster se indica en un color diferente.

1. Descripción del problema de neurociencias

El problema de cluster tiene aplicaciones en muchos campos disciplinares de las ciencias, en la segmentación de mercados y de poblaciones. El ejemplo concreto que vamos a estudiar proviene del campo de las neurociencias. Una conjetura clásica es que el cerebro está constantemente estimando regularidades de secuencias de eventos. Uno de los interrogantes que surge en este contexto es si la mente es capaz de reconstruir las estructuras que generaron determinada información. Para tratar de resolver este interrogante se suelen llevar a cabo experimentos donde se expone a individuos a una sucesión de estímulos generados en forma estocástica, que pueden ser por ejemplo visuales [3] o auditivos [4]. Supongamos que se trabaja con una sucesión de estímulos, $\mathcal{U} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, pertenecientes a una familia finita de l elementos dividida en k grupos. Simultáneamente, se toman mediciones de electroencefalogramas (EEG). El objetivo es determinar si a partir de estas mediciones se puede recuperar los k grupos de $\mathcal{U}$.

Las señales del electroencefalograma (EEG) se pueden pensar como una función estocástica. A continuación esta señal es segmentada en intervalos de igual longitud, pudiéndose establecer una correspondencia entre cada uno de los estímulos de la sucesión $u_1, u_2, \dots, u_n$ y el correspondiente segmento de señal EEG $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ con $Y_i \in L^2[0, T]$, funciones medibles de cuadrado integrable. Luego, para cada estímulo $u \in \mathcal{U}$ se tiene un

conjunto de segmentos de señales de EEG, $\mathcal{Y}_N^u = \{Y_1^u, \dots, Y_N^u\}$. Consideremos el siguiente ejemplo sintético a modo ilustrativo, con $l = 5$ y $k = 2$. Sean $\mathcal{U} = \{u_1, \dots, u_5\}$ estímulos que ocurren de manera aleatoria, donde $\{u_1, u_2, u_3\}$ y $\{u_4, u_5\}$ conforman la partición que queremos detectar. En la parte superior de la Figura 2 **A** se encuentra la sucesión de eventos generados en forma aleatoria, debajo graficamos la señal de EEG, la segmentación está indicada mediante líneas punteadas. A cada estímulo le asignamos un color para simplificar la visualización. A partir de esta segmentación se obtienen los conjuntos de funciones, $\mathcal{Y}^{u_1}, \dots, \mathcal{Y}^{u_5}$, que corresponden a cada uno de los estímulos, como muestra la Figura 2 **B**.

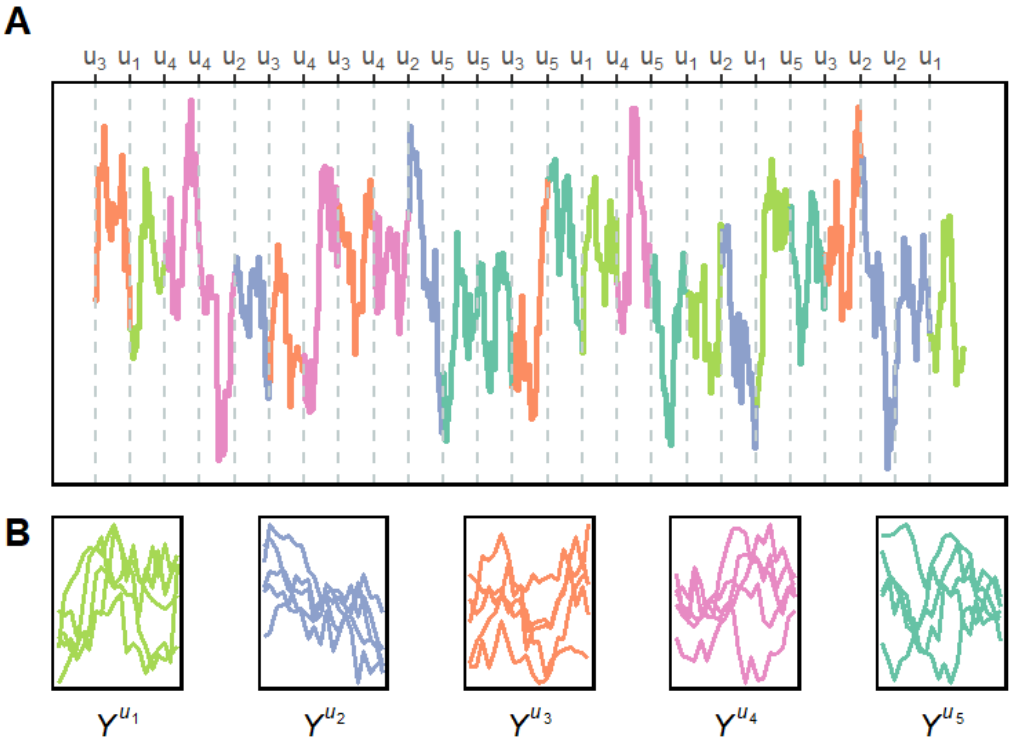


Figura 2: **A** Secuencia de estímulos y su correspondencia con la señal de EEG, a cada estímulo le corresponde un color diferente. **B** Segmentación del EEG para cada uno de los estímulos.

◎ *Nuestro objetivo es proponer un procedimiento de cluster para agrupar los conjuntos de funciones $\mathcal{Y}^u$ que hayan sido generados bajo la misma distribución de probabilidad.* En nuestro ejemplo, nos gustaría obtener los siguientes clusters $C_1 = \{\mathcal{Y}^{u_1}, \mathcal{Y}^{u_2}, \mathcal{Y}^{u_3}\}$ y $C_2 = \{\mathcal{Y}^{u_4}, \mathcal{Y}^{u_5}\}$.

2. El procedimiento de cluster

Para implementar un procedimiento de cluster jerárquico con enlace completo necesitamos considerar una *distancia entre medidas de probabilidad en* $L^2[0, T]$. Para esto consideraremos una adaptación infinito-dimensional del estadístico de Kolmogorov–Smirnov.

Sean Q^u y Q^v las medidas de probabilidad en $L^2[0, T]$ que generan las funciones dadas por el EEG correspondientes a los estímulos u y v. Se busca que los conjuntos de funciones $\mathcal{Y}_N^u$ e $\mathcal{Y}_N^v$ pertenezcan al mismo cluster si y solo si $Q^u = Q^v$. Siguiendo la propuesta de Cuesta-Albertos et al. [1] proponemos una distancia basada en proyecciones al azar.

Consideremos W una medida de probabilidad Gaussiana independiente de Q^u y de Q^v en $L^2[0, T]$. Sea h un elemento en $L^2[0, T]$ generado por W, llamemos Q_h^u a la distribución univariada de la variable aleatoria $\langle Y^u, h\rangle$ cuya función de distribución acumulada es $f^{u,h}$.

Luego, la distancia que proponemos entre dos medidas Q^u, Q^v en $L^2[0, T]$ es

$$D(u, v) = \int \|f^{u,h} - f^{v,h}\|_\infty dW(h). \tag{2.1}$$

Como $D(u, v)$ no es computable a partir de una muestra, la estimamos del siguiente modo. Para cada estímulo $u \in \mathcal{U}$, tenemos $\mathcal{Y}^u = \{Y_1^u, \dots, Y_N^u\}$ con $Y_N^u \in L^2[0, T]$ generada por la distribución Q^u. Así, $\mathcal{Y}^u$ es una muestra de funciones generadas bajo Q^u. Por simplicidad, asumimos que todos los conjuntos de datos tienen N funciones, aunque los argumentos pueden extenderse a casos con diferentes tamaños muestrales. La proyección de Y_n^u en la dirección h está dada por

$$R_n^{u,h} = \int_0^T h(t) Y_n^u(t) dt.$$

Luego, para cada estímulo u, al proyectar los elementos del conjunto $\mathcal{Y}_N^u$ en la dirección h tenemos el conjunto

$$\mathcal{Y}_N^{u,h} = \{R_n^{u,h} : Y_n^u \in \mathcal{Y}_N^u\}.$$

Siguiendo con el ejemplo sintético, la Figura 3 **A** muestra $\mathcal{Y}_N^{u_4,h}$ e $\mathcal{Y}_N^{u_5,h}$.

La *función de distribución acumulada empírica* de $\mathcal{Y}_N^{u,h}$ está dada por

$$\hat{f}_N^{u,h}(t) = \frac{1}{N} \sum_{R_n^{u,h} \in \mathcal{Y}_N^{u,h}} \mathbb{I}\{R_n^{u,h} \leq t\}, \quad t \in \mathbb{R},$$

donde $\mathbb{I}\{A\}$ denota la función indicadora del conjunto A.

Estimamos $\|f^{u,h} - f^{v,h}\|_\infty$ en forma plug-in a partir de las muestras $\mathcal{Y}_N^u$ e $\mathcal{Y}_N^v$ considerando

$$D_N^{u,v}(h) = \sup_{t \in \mathbb{R}} \left\{ |\hat{f}_N^{u,h}(t) - \hat{f}_N^{v,h}(t)| \right\}. \tag{2.2}$$

La Figura 3 **B** muestra $\hat{f}^{u_4,h}$ y $\hat{f}^{u_5,h}$, la línea punteada indica $D_N^{u_4,u_5}(h)$ para el ejemplo. A partir de la ecuación (2.2) estimamos la ecuación(2.1): sean $B_1, \dots, B_M$, M realizaciones independientes de elementos de $L^2[0, T]$ generados con una medida Gaussiana, en nuestro caso consideramos el puente Browniano. Definimos en forma empírica la distancia entre los conjuntos $\mathcal{Y}_N^u$ y $\mathcal{Y}_N^v$ como

$$\hat{D}_{N,M}(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} D_N^{u,v}(B_m). \tag{2.3}$$

Esta distancia es la que consideramos en el cluster jerárquico con enlace completo para determinar si dos elementos, que en este caso son conjuntos de observaciones $\mathcal{Y}_N^u$ con $u \in \mathcal{U}$, pertenecen o no al mismo cluster. En [2] vemos que $\widehat{D}_{N,M}(u, v)$ es un estimador consistente de $D(u, v)$. La Figura 3 **C** muestra como se construye la matriz de distancias entre los conjuntos $\mathcal{Y}_N^{u_1}, \dots, \mathcal{Y}_N^{u_1}$ que da lugar al dendrograma de la Figura 3 **D**.

3. Determinación del número de grupos

Finalmente, queda definir una cota para determinar el número de clusters. Comenzamos por notar que $\widehat{D}_{N,M}$ está estrechamente vinculado al estadístico tipo Kolmogorov–Smirnov

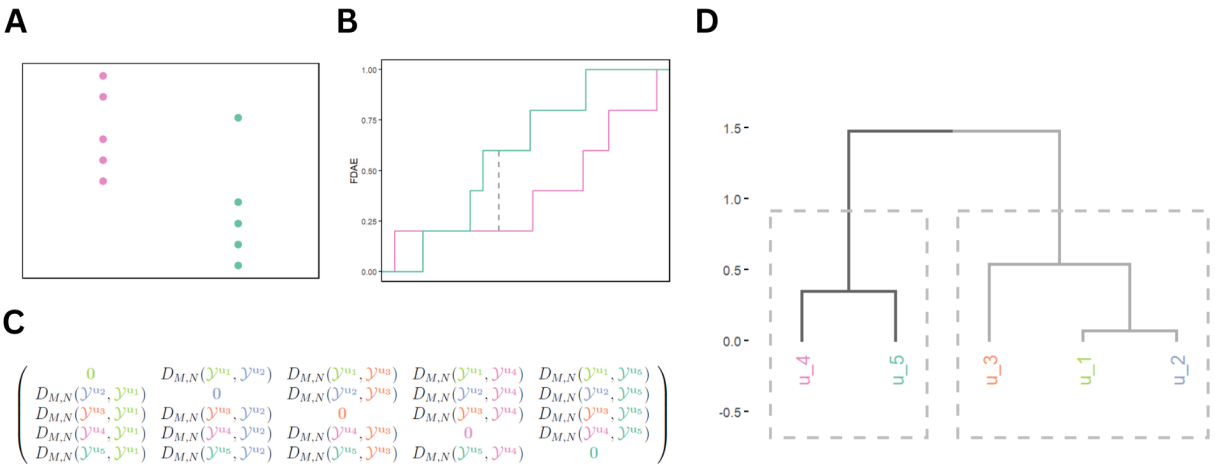


Figura 3: **A** El scatter plot muestra los datos $\mathcal{Y}^{u_4}$ en rosa e $\mathcal{Y}^{u_5}$ en verde proyectados en una dirección elegida al azar mediante un puente Browniano. **B** Función de distribución acumulada empírica de los conjuntos $\mathcal{Y}^{u_4}$ e $\mathcal{Y}^{u_5}$ proyectados en una dirección elegida al azar mediante un puente Browniano. **C** Matriz de distancia para los conjuntos de datos $\mathcal{Y}^{u_1}, \dots, \mathcal{Y}^{u_5}$ proyectados en M direcciones al azar. **D** Dendrogama indicando la conformación de grupos, en diferentes tonalidades de grises, se puede ver que la clusterización de los conjuntos de datos $\mathcal{Y}^{u_1}, \dots, \mathcal{Y}^{u_5}$ se corresponde con la clusterización de los estímulos $u_1, \dots, u_5$.

para realizar test de bondad de ajuste propuesto por Cuesta-Albertos et al [1]. Este test puede ser utilizado para determinar si dos muestras de datos multivariados o funcionales siguen la misma distribución. El procedimiento se basa en realizar proyecciones al azar de las observaciones y luego aplicar el test de Kolmogorov–Smirnov para datos univariados. Formalmente, para $\mathcal{Y}_N^u$ y $\mathcal{Y}_N^v$ dos muestras aleatorias en $L^2[0, T]$ se quiere determinar si fueron generadas por la misma distribución, i.e.,

$$H_0 : Q^u = Q^v \text{ vs } H_A : Q^u \neq Q^v.$$

El estadístico propuesto para el análisis es

$$KS\left(\hat{f}_N^{u,B}, \hat{f}_N^{v,B}\right) = \sqrt{\frac{N}{2}} D_N^{u,v}(B). \tag{2.4}$$

La hipótesis nula es rechazada a nivel α cuando $KS\left(\hat{f}_N^{u,B}, \hat{f}_N^{v,B}\right) > \eta_\alpha$. El valor crítico, η_α, se obtiene a partir de la distribución asintótica del estadístico (2.4). En nuestro caso buscamos rechazar la hipótesis nula cuando

$$\hat{D}_{M,N}(u, v) > \gamma_\alpha.$$

El valor crítico, γ_α, se puede obtener de manera asintótica como mostramos en [4].

Sin embargo, en general el tamaño muestral N no es suficientemente grande como para considerar resultados asintóticos. En el Teorema 1 de [2] hemos mostrado que la probabilidad de cometer un error grande entre la distancia estimada en la ecuación (2.3) y el verdadero valor dado por la ecuación (2.1) decae en forma exponencial. Basándonos en este resultado obtuvimos una cota de corte para el dendrograma que determina la partición buscada para el caso de muestra finita y que además tiene en cuenta la variabilidad del proceso. Esto nos permite concluir que dos conjuntos de funciones $\mathcal{Y}^u$ e $\mathcal{Y}^v$ no pertenecen al mismo cluster si

$$\hat{D}_{M,N}(u, v) > \gamma^*_{\alpha_N},$$

donde

$$\gamma^*_{\alpha_N} = \inf_{\delta\in(0,\alpha_N)} \left\{ \sqrt{\frac{2V^* \log(2/\delta)}{M}} + \sqrt{\frac{\log(\frac{e}{\alpha_N-\delta})}{N}} + \frac{7\log(2/\delta)}{3(M-1)} \right\} \tag{2.5}$$

siendo

$$V^* = \max_{(u,v)\in\mathcal{U}^2} \left\{ \hat{V}(u,v) \right\},$$

la máxima varianza entre todos los pares $(u, v) \in \mathcal{U}^2$, es decir,

$$\hat{V}(u,v) = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^{M} \left[D_N^{u,v}(B_m) - \hat{D}_{M,N}(u,v) \right]^2.$$

El valor $\gamma^*_{\alpha_N}$ garantiza que el test tiene el nivel deseado y que, bajo condiciones de regularidad, el procedimiento recupera la partición real con alta probabilidad, esto puede verse en [2]. La Figura 3 **D** muestra los clusters que surgen de aplicar la cota que aparece en la ecuación (2.5).

4. Breve simulación

A continuación ilustraremos con una breve simulación. Generamos conjuntos de datos funcionales a partir del siguiente modelo que llamamos θ-scaled Brownian Bridge. Cada muestra fue generada del siguiente modo

$$Y_n^u(t) = \left(W(t) - \frac{t}{T} W(T) \right) \theta_u,$$

donde W es un proceso de Wiener, t se toma en forma equi-espaciada en una grilla de 80 puntos. Generamos 7 conjuntos de datos funcionales siguiendo 3 leyes de probabilidad, es decir, que tenemos tres grupos. Los parámetros θ elegidos para cada uno de los conjuntos de funciones son $(1, 1, 2, 2, 2, 4, 4)$. Para inicializar el procedimiento tenemos que fijar dos parámetros $\alpha_N = \sqrt{1/N}$, y $M_N = 30N$, consideramos conjuntos de datos de tamaño $N \in (40, 60, \dots, 160)$, y realizamos 500 réplicas. Para $N = 40$ en más del $65\,\%$ de las réplicas obtuvimos la partición teórica, para tamaños muestrales mayores en más del $80\,\%$ de los casos conseguimos este resultado. Finalmente, alcanzamos un porcentaje superior al $90\,\%$ para conjuntos con 160 funciones.

Comentario final

Para concluir, en este breve artículo se encuentran los lineamientos generales de un par de trabajos realizados los últimos años junto a Antonio Galves, Fernando Najman y Claudia Vargas [4, 2], donde a partir de un interrogante de la neurociencia llegamos al problema de agrupar conjuntos de funciones en base a sus leyes de probabilidad. Bajo condiciones de regularidad en los procesos estocásticos hemos encontrado resultados

asintóticos y también para muestras finitas que nos permiten afirmar que con probabilidad alta el procedimiento propuesto recupera la estructura de la señal que lo generó.

Referencias

[1] Cuesta-Albertos, J. A., Fraiman, R., and Ransford, T. (2007). "Random projections and goodness-of-fit tests in infinite-dimensional spaces". *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series* **37** 477-501.

[2] Galves, A., Najman, F., Svarc, M., and Claudia D. Vargas. "Clustering Sets of Functional Data by Similarity in Law." ArXiv, (2023). https://doi.org/10.48550/arXiv.2312.16656

[3] Hernández, N., Galves, A., García, J.E., Gubitoso M. D., and Vargas, C. "Probabilistic prediction and context tree identification in the Goalkeeper game". *Scientific Reports*, 14, 15467 (2024). https://doi.org/10.1038/s41598-024-66009-w.

[4] Najman, F. A., Galves, A., Svarc, M., and Vargas, C. D. "The Brain Uses Renewal Points to Model Random Sequences of Stimuli." ArXiv, (2023). https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.07793

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Educación Matemática

International Commission on Mathematical Instruction:
origen, vínculo con la IMU, estructura organizativa y actividades que promueve

Mónica Ester Villarreal[1]

Universidad Nacional de Córdoba – CONICET

La ICMI, sigla en inglés que designa a la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (*International Commission on Mathematical Instruction*), es una organización dedicada al desarrollo de la educación matemática en todos los niveles. Según se lee en su página web oficial, su objetivo es:

> *...facilitar la difusión y comprensión de información sobre todos los aspectos de la teoría y la práctica de la educación matemática contemporánea desde una perspectiva internacional. La ICMI tiene el objetivo adicional de proporcionar un vínculo entre investigadores educativos, diseñadores de curriculum, responsables de políticas educativas, profesores de matemática, matemáticos, educadores matemáticos y otras personas interesadas en la educación matemática en todo el mundo. (traducción propia)*

El texto que sigue relata brevemente el origen de la ICMI, su vínculo con la IMU, sigla en inglés para Unión Matemática Internacional (*International Mathematical Union*), y con la Unión Matemática Argentina (UMA). Asimismo, se muestra la estructura organizativa de la Comisión[2] y las distintas actividades que realiza y promueve.

Origen de la ICMI y vínculo con la IMU

En el proceso de búsqueda de material que respaldara este relato, visité repetidas veces tanto la página web de la IMU como la de la ICMI. Allí encontré diversos artículos y libros de acceso libre que me permitieron sumergirme en la historia de estas instituciones. Fascinantes relatos muestran los personajes involucrados y la influencia de momentos históricos, como las guerras mundiales, en la conformación, fines y continuidad de cada

[1] Representante argentina en la ICMI, designada por la UMA en el período 2016-2024.

[2] Se aclara que al utilizar la denominación Comisión, siempre se estará haciendo referencia a la ICMI.

institución. El matemático finlandés Olli Lehto relata en su libro de 1998, *Mathematics without Borders* (Matemáticas sin fronteras), interesantes detalles sobre la evolución de la IMU y su vínculo con la ICMI, mostrando cómo los avatares políticos, económicos y sociales de cada época influyeron en las historias de gestación y gestión de cada organización. Por su parte, el libro del matemático español Guillermo Curbera, *Mathematicians of the World, ¡Unite!* (Matemáticos del mundo, ¡Uníos!), publicado en 2009, contiene una importante colección de fotos y presenta un relato cronológico de los Congresos Internacionales de Matemáticos (ICM, por su sigla en inglés para *International Congress of Mathematicians*), que se llevan a cabo cada cuatro años (con algunas interrupciones) desde el primer ICM realizado en 1897 en Zurich (Suiza). El libro informa acerca de la organización, los temas abordados, los conferencistas invitados y los países participantes hasta el ICM celebrado en 2006 en Madrid (España).

Tanto la fundación de la IMU como la creación de la ICMI están estrechamente ligadas a los ICMs. En estos congresos había secciones dedicadas a la filosofía e historia de la matemática, así como a cuestiones vinculadas con la enseñanza de la matemática y la formación de profesores. Un recorrido por los proceedings de los congresos permite apreciar que la cooperación entre matemáticos y educadores ha estado presente en los ICMs desde muy temprano, en secciones cuya denominación ha ido variando a lo largo del tiempo. Por ejemplo, en los *proceedings* del último ICM, realizado virtualmente en 2022, puede leerse en la sección *Mathematics Education and Popularization of Mathematics* (Educación Matemática y Popularización de la Matemática) un interesante artículo de la educadora matemática Anna Sfard (2022).

Según relata Olli Lehto (1998), tanto la IMU como la ICMI nacieron a partir de dos iniciativas planteadas en el ICM de 1908 en Roma. La primera iniciativa proponía considerar la creación de una asociación internacional de matemáticos para fomentar la cooperación global. La segunda, promovida por el matemático estadounidense David Eugene Smith, concernía a la enseñanza de la matemática. En esa época, los principales países de Europa occidental y Estados Unidos, que contaban con la mayoría de los participantes en los ICMs, estaban experimentando reformas significativas en el currículo de matemática en la educación secundaria debido a la expansión del sistema educativo.

En respuesta a la propuesta de Smith, se creó una comisión internacional, el germen de la ICMI, con el objetivo de coordinar estudios comparativos sobre métodos y planes de enseñanza en la educación secundaria de distintos países y presentar un informe en el próximo ICM. Dada la diversidad lingüística de los ICMs (francés, alemán, italiano e inglés), la comisión fue denominada: *Commission internationale de l'enseignement mathématique, Internationale Mathematische Unterrichtskommission, Commissione internazionale dell'insegnamento matemático e International Commission on the Teaching of Mathematics.* Los encargados de esta tarea fueron Felix Klein (Alemania), George Greenhill (Gran Bretaña) y Henri Fehr (Suiza), designados como presidente, vicepresidente y secretario general, respectivamente.

La Comisión decidió ampliar el estudio a las escuelas primarias, vocacionales, universidades y otras instituciones de nivel superior, lo que incrementó el tiempo necesario para la producción de los reportes nacionales. En el ICM de 1912, realizado en París, el mandato de la Comisión se extendió por cuatro años más, incorporando a David Smith como segundo vicepresidente. Según Howson (1984), el prolífico trabajo de la Comisión llevó a elegir dos nuevos temas para ser relevados: la posición del Calculus en la escuela secundaria y el lugar de la matemática en la formación técnica superior.

La Primera Guerra Mundial estalló en 1914, afectando el trabajo de la Comisión, aunque algunos comités nacionales continuaron produciendo reportes durante la guerra. El ICM

planificado para 1916 en Estocolmo fue cancelado, y en el ICM de 1920 en Estrasburgo, las problemáticas pedagógicas tuvieron poco espacio. Lehto (1998) informa que, hacia 1920, la Comisión había producido 187 volúmenes con 310 reportes de dieciocho países, incluyendo un reporte de Argentina producido por el Ing. Nicolás Besio Moreno de la Universidad Nacional de La Plata, sobre la preparación de profesores de matemática para la enseñanza secundaria en el país (Fehr, 1920). Evaluando el trabajo inicial de la Comisión, Kilpatrick (1992) señaló que:

> *Las actividades de recopilación de datos de la comisión internacional fueron monumentales, políticamente motivadas, metodológicamente poco sofisticadas y conceptualmente débiles. Los informes resultantes eran más recopilaciones de datos que análisis o interpretaciones. Sin embargo, iniciaron el proceso de averiguar qué matemática se enseñaba en las escuelas y cómo se enseñaba. (p.7, traducción propia)*

En 1920, en el ICM realizado en Estrasburgo (Francia), la Comisión se disolvió. Al mismo tiempo se concretó la iniciativa surgida en el ICM de Roma en 1908 de crear una asociación internacional de matemáticos, fundando así la IMU, que comenzó a liderar la organización de los ICMs. Su creación estuvo promovida por el Consejo Internacional de Investigación (IRC por su sigla en inglés para *International Research Council*) creado en Bruselas por las potencias aliadas en la Primera Guerra Mundial. Este Consejo mandató la exclusión de las potencias centrales de las asociaciones científicas que se crearan. Así, matemáticos de Alemania, Austria, Hungría y Bulgaria no fueron invitados al ICM realizado en Toronto (Canadá) en 1924. Sin embargo, en el ICM de 1928 en Bolonia (Italia), los organizadores locales no admitieron esta exclusión, y así la IMU se escindió de los congresos, y tras 12 años de funcionamiento controvertido fue disuelta en 1932.

La Comisión fue reavivada en 1928 y funcionó hasta 1939 cuando estalló la Segunda Guerra Mundial y su actividad fue suspendida nuevamente, así como la realización de los ICMs. En 1925, había muerto Klein, presidente de la Comisión hasta 1920, y en 1928, Smith fue elegido nuevo presidente, con Guido Castelnuovo (Italia) y Jacques Hadamard (Francia) como vicepresidentes, y Henri Fehr (Suiza) como secretario general, sumándose W. Lietzmann (Alemania), quien había sido asistente de Klein en temas educativos. En 1932 Hadamard fue designado presidente y permaneció en ese cargo hasta el inicio de la guerra. En el período comprendido entre las dos guerras mundiales, la Comisión avanzó en la producción de reportes nacionales sobre la formación de profesores en el ICM de 1932 en Zurich (Suiza) y sobre tendencias actuales en enseñanza de la matemática en el ICM de 1936 en Oslo (Noruega).

Finalizada la Segunda Guerra, en 1948 se retomó la organización de los ICMs y la idea de refundar la IMU. El matemático norteamericano, Marshall Stone lideró este proceso y, en el ICM de 1950 en Cambridge (Estados Unidos), anunció la decisión de refundar la IMU si, ante la consulta realizada a diferentes países, se recibían al menos 10 respuestas afirmativas. Con el apoyo de Alemania, Austria, Dinamarca, Francia, Gran Bretaña, Grecia, Italia, Japón, Noruega y Países Bajos, que fueron los primeros en responder, se aprobó la refundación de la IMU. En diciembre de 1951 se unieron Australia, Canadá, Finlandia, Perú y Estados Unidos. La I Asamblea General en 1952 en Roma estableció el Comité Ejecutivo de la IMU, y la Unión quedó conformada por 22 países. Además de los ya mencionados, se sumaron Argentina, junto a Bélgica, Cuba, España, Pakistán, Suiza y Yugoslavia. La UMA había sido fundada ya en 1936 y es destacable su participación al momento de la refundación oficial de la IMU.

Puede apreciarse en el relato anterior, el papel central de los ICMs en la fundación, disolución y refundación de la IMU. Según Curbera (2009):

> *La Unión Matemática Internacional es fruto del Congreso Internacional de Matemáticos. Así es como debe ser. La situación inversa habría tenido todas las debilidades de una decisión puramente administrativa. Sin embargo, como hemos visto, el desarrollo de la Unión se vio complicado por los efectos de la Primera Guerra Mundial. Afortunadamente, el profundo compromiso de los matemáticos con la colaboración internacional permitió que la Unión renaciera con éxito tras la Segunda Guerra Mundial. Más tarde, la Unión creció sana y fuerte y proporcionó un fuerte liderazgo a los congresos, garantizando un futuro sólido para ambos. (p.305, traducción propia)*

Refundada la IMU en 1952, la Comisión reinició sus actividades y, a propuesta de H. Fehr, se transformó en una subcomisión de la IMU. Originalmente, hasta 1939, las tareas de la Comisión se asignaban cada cuatro años en los ICMs, pero su continuidad la convirtió en una institución permanente. Todos los países con un sistema de educación secundaria establecido fueron invitados a participar, y los miembros aportaban económicamente a la Comisión, dándole financiamiento propio. ¿Qué significaba ahora ser una subcomisión de la IMU? Las diferencias entre el Comité Ejecutivo de IMU y la Comisión no demoraron en aparecer. La independencia de la Comisión no agradaba al Comité Ejecutivo, que reglamentó su funcionamiento, incluyendo la elección de miembros y el manejo financiero. Con el tiempo, surgieron otras diferencias y se implementaron cambios para mejorar las relaciones entre la IMU y la Comisión.

En la Asamblea General de la IMU en 1954, durante el ICM en Ámsterdam (Países Bajos), se adoptó la denominación actual de la Comisión: *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI), y Albert Châtelet (Francia) fue designado presidente. Veintisiete países que poseían asociaciones de matemáticos, incluyendo Argentina, designaron comisiones nacionales para colaborar con la ICMI. Los temas abordados por la Comisión en ese congreso incluyeron el rol de la matemática y los matemáticos en la vida contemporánea, y la enseñanza de la matemática para estudiantes de 16 a 21 años. En el ICM de 1958 en Edimburgo (Escocia), la Comisión amplió su investigación a la enseñanza de la matemática hasta los 15 años y reportó informes sobre la base científica de la matemática en la educación secundaria y la formación científica de profesores de matemática. Henri Behnke (Alemania), por entonces uno de los vicepresidentes de la ICMI, destacó la necesidad de escuchar especialmente a psicólogos y didactas al discutir la enseñanza de la matemática hasta los 15 años. Si bien su visión recibió apoyo, los matemáticos afirmaron la necesidad de que sus voces fueran escuchadas en igualdad de condiciones. Este debate era de relevancia ya que en esa época se inició una ola de reformas curriculares que no tuvo éxito y hoy conocemos como “reforma de la matemática moderna”. La colaboración entre psicólogos y matemáticos no ocurrió en la mayoría de los países. Según lo señala Howson (1984), “las expectativas y esperanzas no se cumplieron; los matemáticos culparon a los pedagogos y los pedagogos culparon a los matemáticos” (p. 82).

En esta época, entra en escena un matemático y educador fundamental para la ICMI: Hans Freudenthal (Países Bajos). Freudenthal expresó su preocupación por el carácter general de los temas tratados por la Comisión, temiendo que los informes de los países se limitaran a descripciones de organización y administración escolar, sin investigar a fondo temas significativos para la educación matemática. Esta preocupación coincide con la observación de Kilpatrick (1992), citada anteriormente, sobre la naturaleza recopilatoria de los primeros informes de la Comisión. Freudenthal abogó por temas de investigación específicos y bien definidos para evitar informes poco relevantes, trayendo a primer plano la necesidad de la investigación en educación matemática. Sus ideas comenzaron a impregnar

la ICMI. Desde el ICM de 1962 en Estocolmo (Suecia), con el apoyo de la UNESCO[3] y otros organismos, la Comisión inició una serie de actividades, incluyendo la publicación del volumen 1 de *New Trends in Mathematics Teaching* (Nuevas tendencias en Enseñanza de la Matemática) (UNESCO, 1967). Los congresos internacionales en los que participaba la Comisión aumentaron, y las discusiones en la ICMI comenzaron a ir más allá de las sugerencias sobre lo que "debería enseñarse en la escuela secundaria". En el ICM de 1966 en Moscú (Rusia), se abordó el tema "El desarrollo de la actividad matemática en estudiantes y el rol de los problemas". Ese mismo año, Freudenthal fue designado presidente de la ICMI y volvió a criticar el formato tradicional de los reportes presentados por la Comisión en los ICMs, argumentando que era necesario contar con un congreso dedicado exclusivamente a la educación matemática.

Así, en 1969 se llevó a cabo en Lyon (Francia) el primer Congreso Internacional de Educación Matemática, ICME 1 (sigla en inglés para *International Congress on Mathematical Education*). Freudenthal también propuso y acordó con la ICMI la creación de la revista *Educational Studies in Mathematics*, que sigue publicándose hasta hoy desde 1968. Simultáneamente, la ICMI firmó un contrato financiero con la UNESCO para la publicación de la revista. Estos eventos fueron hitos cruciales en la historia de la ICMI y en el desarrollo de la educación matemática como disciplina científica. Sin embargo, Freudenthal no informó formalmente estas decisiones al Comité Ejecutivo de la IMU, lo que generó incomodidad, ya que la ICMI era una subcomisión de la IMU y se había firmado un contrato con la UNESCO sin su participación. Según el relato y análisis de Lehto (1998):

> *Desde el punto de vista del Comité Ejecutivo de la IMU, el niño había alcanzado la mayoría de edad y se comportaba en consecuencia. Sin embargo, el padre era comprensivo. En su reunión de 1969, el Comité Ejecutivo de la IMU, después de ventilar sus sentimientos sobre el insuficiente contacto con la ICMI, formuló su política básica de la siguiente manera: "La IMU debe continuar su política de prestar especial atención a las cuestiones educativas a través de la ICMI, con el fin de garantizar que el matemático creativo y el educador no trabajen aislados el uno del otro". (p. 259, traducción propia)*

Lehto (1998) no explica los motivos detrás de las acciones de Freudenthal, y su visión puede interpretarse como algo paternalista, considerando que, como señala Kilpatrick (2008), "la organización internacional del niño es anterior a la del progenitor" (p. 36). Aunque no es el objetivo de esta nota profundizar en el vínculo entre matemáticos y educadores matemáticos, es evidente que, aunque la enseñanza de la matemática preocupa a ambas comunidades, sus enfoques y objetos de estudio son diferentes. En este sentido, el texto de Kilpatrick (2008) explora el desarrollo de la educación matemática como un campo de estudio y práctica distinto de la matemática.

Volviendo a los ICMEs[4], es importante destacar que, desde su primera edición, este congreso se ha establecido como el mayor evento internacional en educación matemática, celebrándose cada cuatro años, en años múltiplos de 4, en alternancia con los ICMs. Exceptuando el ICME 14, que debía llevarse a cabo en Shanghái (China) en 2020 y se pospuso para 2021 debido a la pandemia de COVID-19, el ICME se ha realizado de manera continua. Entre el 7 y el 14 de julio de 2024, se llevó a cabo el ICME 15 en Sydney, con la participación de casi 2400 asistentes de 97 países. En la Figura 1 se muestra una imagen

[3] United Nations Educational, Scientific, and Cultural Organization.

[4] El detalle de todos los ICMEs realizados hasta el presente y los *proceedings* correspondientes están publicados en la página web de ICMI y son de acceso libre. Ahí también se puede ver la conformación de los diferentes Comités Ejecutivos de la ICMI desde su creación.

de la apertura oficial del ICME 15, realizada por el actual presidente de la ICMI, Dr. Frederik Leung (China).

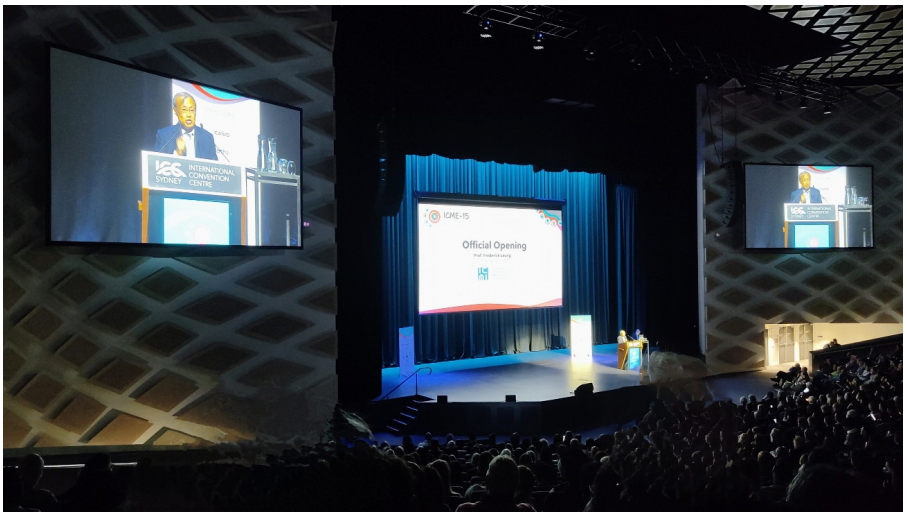


Figura 1: Apertura oficial del ICME 15, a cargo del presidente de la ICMI en el período 2021-2024. (Fuente: foto personal)

Hasta aquí hemos revisado parte de la historia de la ICMI, en conexión con la IMU y los ICMs. En la próxima sección, abordaremos la estructura organizativa de la Comisión, sus actividades actuales y las organizaciones afiliadas a ella.

Estructura, actividades y organizaciones afiliadas a la ICMI

La Figura 2 muestra un organigrama de la ICMI, sus actividades, proyectos, premios y organizaciones afiliadas. Los contenidos del mismo se explican a continuación.

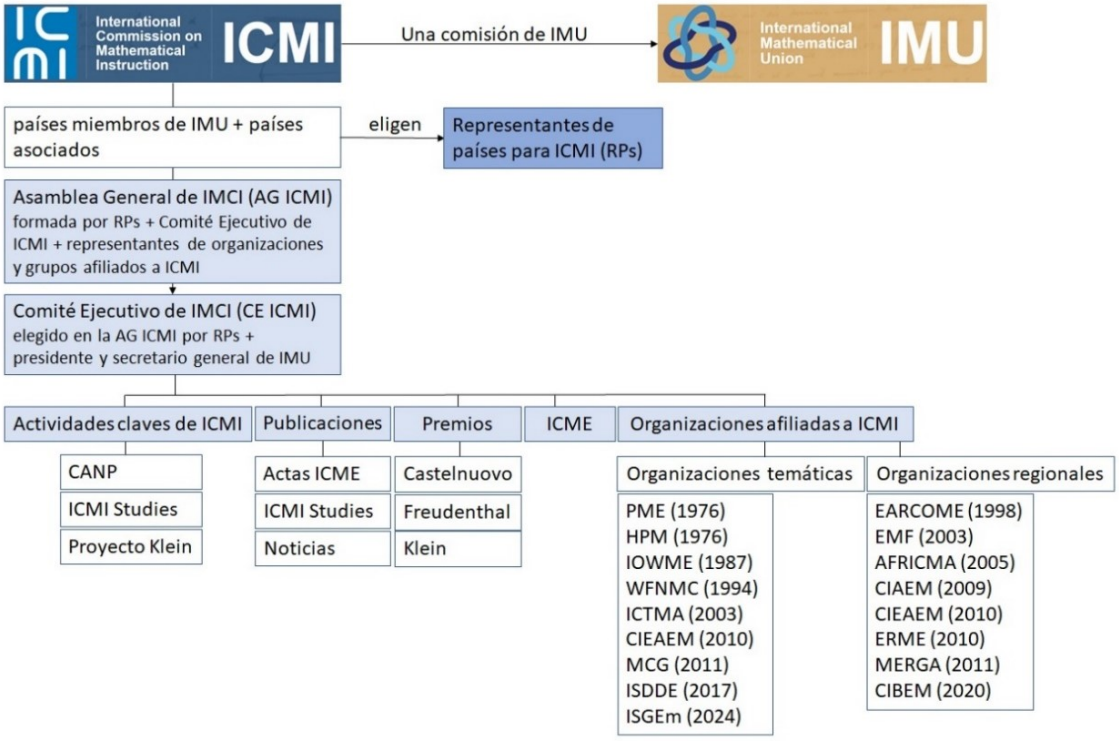


Figura 2: Organigrama de la ICMI. Fuente: `https://www.mathunion.org/icmi/organization/overview-icmi`

Actualmente, la ICMI está compuesta por 89 países: 81 son miembros de la IMU y 8 están asociados a la ICMI pero no son miembros de la IMU. El Comité Ejecutivo, compuesto por un presidente, dos vicepresidentes, un secretario general y cinco vocales, también incluye como miembros de oficio al presidente y al secretario de la IMU y al presidente de la ICMI en el período anterior. El Comité se elige en una Asamblea General que se celebra cada cuatro años, el día antes del inicio del ICME. En esta Asamblea participan los representantes de los países miembros, los integrantes actuales del Comité Ejecutivo y los representantes de las organizaciones afiliadas a la ICMI. Sin embargo, el voto para elegir al Comité es exclusivo para los representantes de países, el presidente y el secretario de la IMU. Argentina ha tenido representación en el Comité Ejecutivo de la ICMI con la designación del matemático Néstor Aguilera como vicepresidente durante el período 1999-2002. En la última Asamblea General, celebrada el 7 de julio de 2024 en el ICME 15 en Sydney, la educadora matemática Betina Duarte fue elegida vicepresidenta de la ICMI, marcando la segunda vez en la historia que Argentina ocupa un cargo en el Comité Ejecutivo. La Figura 3 muestra una foto de los participantes en la Asamblea General de 2024.

Figura 3: Participantes de la AG de ICMI en el ICME 15, Sydney. Fuente: Acervo fotográfico de la ICMI.

Las actividades de la ICMI son diversas, siendo la organización del ICME la de mayor envergadura. Además, los **ICMI Studies** (Estudios de la ICMI) son otra actividad central. Estos Estudios se enfocan en temas específicos dentro de la educación matemática. Tras seleccionar un tema, se designa un comité internacional de expertos para redactar un documento inicial y organizar una conferencia que reúne a participantes de la comunidad de educadores matemáticos que hayan realizado alguna contribución y la misma haya sido aprobada. Los ICMI Studies se desarrollan durante varios años (generalmente cuatro) y culminan en una publicación que resume investigaciones, hallazgos y recomendaciones[5].

El primer ICMI Study, realizado en 1985, estudió la influencia de las computadoras y la informática en la matemática y su enseñanza. El último, ICMI Study 25, se centró en la colaboración entre profesores de matemática. Las temáticas de los Estudios han sido variadas, incluyendo evaluación, popularización de la matemática, género en la educación matemática, enseñanza de la geometría y del álgebra, historia de la matemática en la enseñanza, aplicaciones y modelización matemática, formación de profesores, educación estadística en la escuela, reformas curriculares en matemática, entre otras. Los Estudios

[5]Es posible acceder a las publicaciones de los ICMI Studies en la página web de la ICMI.

realizados reflejan el compromiso continuo de la ICMI con el avance y la mejora de la educación matemática a nivel global.

CANP (Capacity and Networking Project) es un proyecto de desarrollo sostenido por la ICMI y la IMU y tiene por objetivo mejorar la enseñanza de la matemática a todos los niveles en países en desarrollo ayudando a la conformación de comunidades. Busca desarrollar la capacidad de formadores de profesores de matemática y crear redes regionales de profesores, educadores matemáticos y matemáticos que se sostengan en el tiempo eficazmente, y vincularlas a socios internacionales. A la fecha se han realizado 5 CANPs: África Subsahariana (2011), América Central y el Caribe (2012), Sudeste Asiático (2013), África Occidental (2014), Región Andina y Paraguay (2016).

La ICMI concede tres medallas para reconocer trayectorias destacadas de educadores matemáticos. Instituidas en 2000, las **medallas Felix Klein** y **Hans Freudenthal** distinguen logros sobresalientes en la investigación. La medalla Klein honra los logros de toda una vida, mientras que la Freudenthal premia un programa significativo de investigación. Se entregaron cada dos años en los años impares entre 2003 y 2019, y desde 2020 se entregan cada cuatro años coincidiendo con el ICME. La **medalla Emma Castelnuovo**, establecida en 2013, se otorga cada cuatro años en el ICME y celebra logros notables en la práctica de la educación matemática. En 2017, por iniciativa de Jean-Luc Dorier, en ese momento integrante del Comité Ejecutivo de la ICMI, se inició el **Proyecto AMOR** (sigla en inglés para Awardees *Multimedia Online Resources*), que crea recursos en línea (videos) que presentan las investigaciones más influyentes en educación matemática de los galardonados con las medallas. Se busca que estos materiales puedan servir de referencia para investigadores, educadores, profesores, etc., en particular para la formación de estudiantes de posgrado.

El **Proyecto Klein** tiene como objetivo elaborar materiales que presenten temas y problemas de la matemática contemporánea para profesores de educación secundaria, con el fin de informar y promover el entusiasmo de los profesores por su asignatura.

En la Figura 2 se detallan las **Organizaciones Afiliadas** a la ICMI, divididas en Organizaciones Temáticas y Regionales. Estas entidades, independientes de la Comisión y autofinanciadas, están incluidas en la ICMI para fomentar la colaboración internacional y el intercambio en educación matemática. Sus objetivos y valores son compatibles con los de la ICMI y participan en diversas actividades, como los ICMI Studies, proyectos CANP y la organización de los ICMEs. Las Organizaciones Afiliadas presentan informes cuatrienales a la Asamblea General de la ICMI, y por ello, participan en dicha Asamblea. Cada una de estas organizaciones celebra reuniones separadas con distintas frecuencias. A continuación, se muestra el listado de las **Organizaciones Temáticas**, junto con sus denominaciones y años de incorporación a la ICMI.

- PME: The International Group for the Psychology of Mathematics Education (1976)
- HPM: The International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (1976)
- IOWME: The International Organization of Women and Mathematics Education (1987)
- WFNMC: The World Federation of National Mathematics Competitions (1994)
- ICTMA: The International Study Group for Mathematical Modelling and Applications (2003)
- CIEAEM: International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching (2010)
- MCG: The International Group for Mathematical Creativity and Giftedness (2011)
- ISDDE: International Society for Design and Development in Education (2017)
- ISGEm: International Study Group on Ethnomathematics (2024)

Las **Organizaciones Regionales** se enumeran a continuación:

- EARCOME: East Asia Regional Conferences in Mathematics Education (1998)
- EMF: Espace Mathématique Francophone/French-speaking Mathematics Space (2003)
- AFRICMA: African Mathematical Education Association (2005)
- CIAEM/IACME: Comité interamericano de Educación Matemática/Inter-American Committee on Mathematical Education (2009)
- ERME: European Society for Research in Mathematics Education (2010)
- MERGA: Mathematics Education Research Group of Australasia (2011)
- ADiMA: Association des Didacticiens des Mathématiques Africains / Association of African Didacticians of Mathematics (2019)
- CIBEM: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (2020)

Aquí concluye este relato descriptivo, que tiene como propósito que la comunidad matemática del país conozca qué es la ICMI y su vínculo con la IMU, y por extensión con la UMA, y se aproxime a sus actividades con el fin último de promover el desarrollo de una relación madura y de reconocimiento mutuo entre las comunidades de matemática y de educación matemática[6].

Referencias

- Curbera, G. (2009). Mathematicians of the World, Unite! The International Congress of Mathematicians – A Human Endeavor. Taylor & Francis Group.
- Fehr, H. (1920). La Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique de 1908 à 1920. L'Enseignement Mathématique, 1920, 305–318.
- Howson, A.G. (1984). Seventy five years of the International Commission on Mathematical Instruction. *Educational Studies in Mathematics,* 15, 75–93.
- Kilpatrick (2008). The development of mathematics education as an academic field. En M. Menghini, F. Furinghetti y F. Arzarello (Eds.), *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908–2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education* (pp. 25–39). Instituto della Enciclopedia Italiana.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. En D. Grouws (Ed.) *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 3–38). New York. Macmillan Publishing Company.
- Lehto, O. (1998). *Mathematics without borders. A history of the International Mathematical Union.* New York. Springer-Verlag.
- Sfard, A. (2023). The long way from mathematics to mathematics education: how educational research may change one's vision of mathematics and of its learning and teaching. En D. Beliaev & S. Smirnov (Eds). Proceedings of *ICM International Congress of Mathematicians 2022.* Volume 7. Sections 15—20 (pp. 5716–5745). International Mathematical Union.
- UNESCO (1967). *New Trends in Mathematics Teaching.* Vol. I. Paris.

Ir al índice general

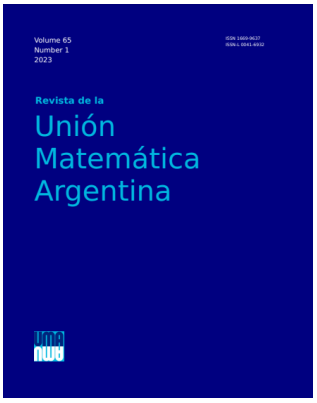
[6]En la página web de ICMI `https://www.mathunion.org/icmi` se encontrará el detalle de las actividades que desarrolla, la conformación de los Comités Ejecutivos desde sus inicios, los premiados y premiadas con las medallas y la normativa vigente. Asimismo, se puede acceder al listado de organizaciones afiliadas y las páginas web de cada una de ellas.

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Misceláneas

La Revista de la UMA en la actualidad



Alicia Dickenstein* e Ignacio Viglizzo†

*Depto. de Matemática FCEN (UBA) e IMAS (UBA-CONICET)

†Depto. de Matemática (UNS) e INMABB (UNS-CONICET)

La Revista de la Unión Matemática Argentina es la revista de investigación de la Unión Matemática Argentina desde 1936. Aquí les contamos un poco de nuestra experiencia organizando la tarea editorial.

Introducción

La Revista de Unión Matemática Argentina (o abreviadamente: la Revista de la UMA, o simplemente RevUMA) es la revista de investigación de la Unión Matemática Argentina. Creada en 1936 junto con la UMA, actualmente se publica solo en forma electrónica y es *Diamond Open Access*: esto significa que no se cobra a los lectores ni a los autores de los trabajos publicados. Es indexada por zbMATH Open (antes conocido como Zentralblatt MATH), dependiente de la European Mathematical Society, y por Mathematical Reviews/MathSciNet, dependiente de la American Mathematical Society, los dos índices más importantes de publicaciones matemáticas.

Un poco de historia

No podríamos hacer un mejor resumen de la primera parte de la historia de la Revista de la UMA que el que se encuentra en el artículo escrito por Luis A. Santaló publicado en la misma RevUMA [San01]. Allí se reseña la historia entre los años 1936 y 1996. Este número de la Revista contiene además otras informaciones históricas. En los años que siguieron desde entonces, los directores de la RevUMA fueron:

- Agnes Benedek (UNS), 1996-1997
- Luiz Monteiro (UNS), 1998-1999
- Luis Piovan (UNS), 2000-2011
- Jorge Lauret (UNC), 2011-2017
- Alicia Dickenstein (UBA), 2018-2024

Estos son algunos números especiales publicados en este período:

- Vol. 45, no. 1, 2004, publicado en 2005: VII Encuentro Nacional de Analistas y I Reunión Hispano Argentina de Análisis. Primer volumen publicado online.
- Vol. 47, 2006: II Encuentro de Geometría Diferencial. Editor: Carlos Olmos.
- Vol. 48, no. 2 y no. 3, 2007: Escuela CIMPA. Métodos homológicos y representaciones de álgebras no conmutativas.
- Vol. 51, 2009: Colloquium on Hopf algebras and tensor categories, and the Conference in Honor of Professor Hans-Jürgen Schneider. Editors: Nicolás Andruskiewitsch and Sonia Natale.
- Vol. 64, 2022-2023: Mathematical Congress of the Americas 2021, Contributions from Plenary and Invited speakers. Guest editors: Guillermo Cortiñas (managing editor, Universidad de Buenos Aires); Renato Iturriaga (CIMAT, Guanajuato, Mexico); Andrea Nahmod (University of Massachusetts, Amherst, USA); Jimmy Petean (CIMAT, Guanajuato, Mexico); Arturo Pianzola (University of Alberta, Canada and Universidad CAECE, Argentina); Cecilia Salgado (University of Groningen, Netherlands and Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil); Soledad Torres (CIMFAV-INGEMAT, Universidad de Valparaíso, Chile); Bernardo Uribe (Universidad del Norte, Colombia); Steven Weintraub (Lehigh University, Bethlehem, USA).
- Vol. 65, 2023: Special volume in honor of Eleonor Harboure (1948–2022). Guest editors: Bruno Bongioanni, Carlos Cabrelli, Ursula Molter and Beatriz Viviani.

Informatización de la RevUMA

En 2003 se obtuvo el ISSN para la versión electrónica de la RevUMA, y se comenzó a publicar online. Este sitio es administrado desde el INMABB (Instituto de Matemática de Bahía Blanca, dependiente del CONICET y de la Universidad Nacional del Sur) y está alojado en servidores del CONICET Bahía Blanca.

En 2009, la RevUMA fue aprobada para integrar el Science Citation Index, que publica anualmente el “Impact Factor” (IF) de las revistas científicas. En 2011 se conoció el primer valor de este índice para la RevUMA: 0.077. En 2022, fue 0.5 y 0.6 en 2023. Este valor se determina por un simple cociente de número de artículos citados sobre artículos publicados en los últimos dos años. Dados los tiempos que se tarda en desarrollar, publicar y citar artículos en matemática, creemos que este número no es representativo de la influencia que tienen las revistas de matemática, pero es uno de los estándares con los que se miden las publicaciones a nivel mundial y también local (por ejemplo, en las evaluaciones del CONICET). Es interesante notar que una sola cita (aun si es autocita) de un artículo puede hacer cambiar este índice de un año al otro.

A partir de 2012 comenzamos a utilizar para todo el manejo editorial de los artículos sometidos a la RevUMA el sistema informático open source OJS (Open Journals Systems), desarrollado en la Simon Fraser University, British Columbia, Canadá, con colaboración de otras instituciones. Este sistema es de uso libre y código abierto. Está alojado en los servidores de la Biblioteca Central de la Universidad Nacional del Sur, que además proporciona el soporte técnico necesario. Comenzamos utilizándolo solo para recibir los artículos y fuimos expandiendo su uso para administrar las comunicaciones con los editores y referís, hasta llegar al paso final de la publicación en esta plataforma a partir de 2021. El

uso de este sistema, que está en constante desarrollo, nos permite formar parte de redes internacionales de revistas de acceso abierto, conformando a los estándares vigentes y creando copias de respaldo en forma automática.

El volumen 58 de 2017 fue el último que se imprimió en papel y se distribuyó por correo.

El presente de la RevUMA

Contamos con un equipo de editores de lujo. Es posible consultar en nuestra página la lista completa del equipo editorial, que incluye la dirección de la RevUMA, cuatro subdirectores y treinta editores. Todo el trabajo realizado por referís y editores científicos es en forma voluntaria y *ad-honorem.*

Nuestros editores de producción, Juliana Cornago (Traductora Literaria y Técnico - Científica en Inglés) y Fernando Gómez (Licenciado en Matemática), son personal del INMABB, y pertenecen a la carrera de Personal de Apoyo del CONICET.

El último paso en la publicación de los artículos en la RevUMA es la excelente edición que hacen Fernando y Juliana. Queremos destacar el detalle y cuidado con el que realizan esta tarea, a un nivel que como autores de artículos matemáticos no hemos visto en otras revistas. Se revisa la ubicación de las ecuaciones y errores de LaTeX en general, la consistencia en la notación, las referencias cruzadas, la redacción en inglés y la bibliografía.

También se uniformizan las referencias bibliográficas de cada artículo, adjuntando cuando es posible el DOI de la publicación correspondiente y links a las reseñas de los mismos en Mathematical Reviews y en zbMATH. La mayoría de las veces, los autores de los artículos que publicamos reconocen y agradecen este valor agregado que proveemos, y es enteramente mérito de Fernando y Juliana.

Mi experiencia personal — **Alicia Dickenstein**

Argentina tiene una importante tradición matemática y la Revista de la UMA es un reflejo de esto. He sido Editora de la RevUMA desde 2011. Inicié mi período como directora en 2018 con la vara alta que había dejado Jorge Lauret. Con la invaluable ayuda de Ignacio Viglizzo, de los subdirectores y editores y de las autoridades de la UMA, puse todas mis energías en los siguientes objetivos: elevar el nivel de los artículos, optimizar el trabajo de edición técnica, facilitar la labor de los editores científicos, incorporar identificadores digitales para los artículos para incentivar su referencia a nivel internacional, incorporar la RevUMA a distintas bases de datos bibliográficas y a diversas redes de revistas de circulación internacional con Diamond Open Access, y difundir la RevUMA en la comunidad matemática nacional e internacional. Todo esto, con los limitados recursos humanos y económicos con los que contamos. En general, las revistas cuentan con personal para realizar todas las tareas que no sean de revisión de artículos.

Estoy muy feliz con la consolidación y el funcionamiento del equipo de trabajo. Creo que es bueno el recambio y que una nueva dirección traerá nuevas ideas y nuevos logros. Como expresé en mi carta de renuncia a la comisión directiva de la UMA, sigo a disposición para colaborar con la tarea de transición y para cualquier consulta futura en la que pueda ser útil.

Desde 2020, la RevUMA otorga anualmente un Premio al Mejor Artículo publicado en los dos años previos, que se anuncia en la Reunión Anual. Pueden ver la lista de ganadores en nuestra página.

Desde el año 2018 la UMA es miembro de *Crossref*, que es la organización internacional que provee el sevicio de registrar los Digital Object Identifiers (DOIs). Los DOIs son identificadores únicos y permanentes para publicaciones electrónicas. Se asigna un DOI a cada artículo publicado en la RevUMA (y, dicho sea de paso, también a los de la Revista de Educación Matemática). Asimismo, estamos suscriptos al servicio *iThenticate*, que permite detectar intentos de plagio.

Además de zbMATH, Math Reviews, Crossref y el Science Citation Index, la RevUMA es indexada por las siguientes organizaciones internacionales: SCImago, REDIB, Latindex, Index Copernicus International, CIMPA, Dialnet, ROAD (The directory of Open Access scholarly Resources), DOAJ (Directory of Open Access Jounals) y FJN (Free Journal Network). Los invitamos a seguir los links correspondientes a partir de nuestra página web.

Mi experiencia personal — **Ignacio Viglizzo**

En el año 2009 Luis Piovan, por entonces director de la RevUMA, me invitó a ser "secretario de redacción". Supuestamente, yo iba a actuar como corrector, pero nunca llegué a hacerlo. Luis se estaba encargando de todos los aspectos de la RevUMA prácticamente solo. Buscando una forma de aliviarle su trabajo, le insistí en que me dejara manejar la correspondencia (electrónica) con autores, editores y referís. Esta no es una tarea simple, e insumía muchas horas semanales. La encaré con entusiasmo, orgulloso de integrar la historia de esta RevUMA, aportando al proyecto común de la humanidad de entender y desarrollar la matemática, registrando y comunicando el progreso, dejando un legado para el futuro.

Uno de los aspectos más gratificantes de la tarea fue formar parte del equipo de producción de la RevUMA, que estuvo dirigida desde 1968 por profesores que me formaron como matemático. También fue muy buena la posibilidad de interactuar con autores, revisores y editores de esta RevUMA, matemáticos de renombre, generosos con su tiempo y ejemplos de dedicación.

Siempre busqué simplificarles a todos ellos las tareas relacionadas con la publicación, y al mismo tiempo encontrar maneras más eficientes de hacer las cosas, tanto con la tecnología como en el aspecto humano. Espero haber contribuido algo significativo.

Perspectivas para el futuro

A partir de julio de 2024 la RevUMA tendrá el honor de tener como Director a Sheldy Ombrosi y como Managing Production Editor a Santiago Capriotti, quien trabaja con nosotros desde enero de este año. Ellos, junto con los editores de producción Fernando Gómez y Juliana Cornago serán el excelente equipo al que le toca la tarea de ahora en adelante.

Hay mucho potencial para el desarrollo de la RevUMA en los próximos años. Dos retos importantes que les dejamos, pese a todos nuestros esfuerzos, son los siguientes, para los que se necesitan recursos económicos y humanos.

El primero es con respecto al contenido de la RevUMA. Muchos de los artículos que publicamos provienen de países lejanos a la Argentina cultural y geográficamente. Esto es un testimonio de la amplitud de criterio de los editores, que velan por la calidad y el interés matemático de los artículos. Sería bueno contar con más artículos de matemáticos argentinos y de otros países de América, así como de matemáticos de renombre.

El segundo reto es el de conseguir la visibilidad que la RevUMA se merece. El problema de la distribución, que en otra época llevaba costos de impresión y envíos postales, hoy está superado, pero subsiste el de la visibilidad. ¿Cómo puede distinguirse la RevUMA de otras publicaciones matemáticas? Tenemos la capacidad de hacerlo por el trabajo de los editores y autores: la calidad de las contribuciones y la continuidad del cuidado puesto en la edición final de los artículos serán los valores que le permitirán consolidar y hacer crecer el lugar de la RevUMA en los próximos años.

Es importante que todos los socios de la UMA veamos a la RevUMA como parte de nuestro patrimonio, para defenderla y ayudar a hacerla crecer.

I. Viglizzo, F. Gómez, A. Dickenstein, J. Cornago

Referencias

[San01] Luis A. Santaló. Los primeros 60 años de la U.M.A. *Rev. Un. Mat. Argentina*, 43(1):1–38, 2001. https://inmabb.criba.edu.ar/revuma/pdf/v43/p001-038.pdf.

Links de interés

- Sitio web de la RevUMA
- Envío de artículos para publicación
- La RevUMA en OJS
- La RevUMA en X (Twitter)

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Misceláneas

Pop-Science: una exhibición de arte científico

Demian Goos

Universidad Nacional de Rosario

Motivación

En la carrera académica de todo científico el doctorado juega un rol muy particular. No solo es un período prolongado (muchas veces el doctorado dura cinco años o más) en el que nos dedicamos exclusivamente a cumplir con todos los requerimientos necesarios para optar por el título de doctora o doctor, sino que también es la etapa de iniciación en el mundo académico. Es durante este período que, típicamente, empezamos a realizar las primeras presentaciones en congresos científicos, comenzamos a publicar los primeros *papers* en revistas y, también, realizamos las primeras estadías científicas en instituciones del exterior. Además de todo esto, el doctorado es la etapa de mayor cambio y aprendizaje, más allá de lo meramente científico. No pocas veces dudamos de nosotros mismos, nos vemos obligados a resistir presiones y a cumplir con *deadlines*. Todas estas experiencias culminan en la tesis doctoral, un documento académico que precisamente refleja todo lo mencionado: lo científico, lo institucional, lo humano.

Sorprende, entonces, que con lo fundamental que resultan ser estos años de formación, y con lo decisivo que es el título doctoral en la carrera de todos nosotros, poco queda de eso más adelante en nuestras vidas. Frecuentemente estos años se reducen a mencionar en qué institución uno se doctoró, bajo la dirección de quién se hizo el doctorado, seguido con un resumen de unas pocas palabras sobre la temática de investigación. La cantidad de personas que leen atentamente una tesis doctoral se puede contar con los dedos de una mano. Pero esto es una oportunidad desaprovechada. Todo el aprendizaje mencionado cae en el olvido, todo el proceso de maduración académica queda a oscuras.

Teniendo esta realidad en mente es que en el 2023 realizamos una exhibición de arte científico. La exhibición **Pop Science! Vibrant Visions of Humanity's Scientific Journey** es una propuesta diferente, en la cual jóvenes investigadores de todas partes del mundo comunican su propia investigación científica del doctorado, haciendo un particular énfasis en todo lo aprendido durante esta etapa de sus carreras. Como medio para este emprendimiento recurrimos al **arte pop**, una corriente artística que, por diversos motivos, resultó ser ideal para los fines de la exhibición. A continuación presentaremos el origen del proyecto, la idea de la exhibición, el proceso del proyecto y algunos resultados.

Origen del proyecto

Todos los años, en Alemania se realiza el Heidelberg Laureate Forum (HLF), un evento de *networking* internacional del cual participan 200 jóvenes investigadores en matemática y ciencias de la computación, para interactuar con científicos experimentados que han obtenido premios muy prestigiosos, como el Premio Abel o la Medalla Fields. El objetivo es que los participantes generen nexos académicos con científicos de todas las partes del mundo. El autor mismo participó en 2017 del evento representando la matemática argentina, precisamente en carácter de joven investigador. Luego, desde 2019 hasta el presente, ha participado sin interrupción, pero ahora en carácter de comunicador científico. Es en este marco que inició un proyecto de comunicación científica, el **Intercultural Science-Art Project**, con el objetivo de proveer a los investigadores que asisten al HLF de herramientas para comunicar su propia investigación de manera diferente. Una serie de actividades constituyen el proyecto: *workshops*, reuniones, capacitaciones, entrevistas y, claro, exhibiciones.

La iniciativa fue creciendo año tras año y fue cobrando forma. Finalmente, para la décima edición del HLF, se tomó la decisión de realizar una exhibición del proyecto durante la conferencia. La organización y la conceptualización de la misma estuvo a cargo del autor, con el apoyo económico y logístico de la HLF Foundation.

Idea de la exhibición

Toda exhibición de arte tiene una idea, un mensaje que se trata de compartir con el público. Muchas veces las exhibiciones de arte cuentan una historia a través de las obras de arte presentadas, junto con todo el material complementario (por ejemplo los catálogos de arte) y con el diseño de la exhibición. Por ejemplo, la exhibición “Making Van Gogh – Geschichte einer deutschen Liebe” (traducción: “Haciendo Van Gogh – Historia de un amor alemán”) de 2019–2020 realizada en el Städelsches Kunstinstitut en Frankfurt, cuenta la historia de cómo la obra artística de Van Gogh influyó en el estilo de numerosos artistas alemanes. Entonces, la exhibición muestra obras de Van Gogh y, luego, obras de diferentes artistas alemanes que se inspiraron en él. A partir de la exhibición uno puede seguir esa narración y entender el mensaje que se trató de compartir.

En nuestra exhibición “Pop science!” el mensaje es precisamente mostrar que **detrás de cada tesis doctoral hay una historia humana muy interesante, hay aprendizajes, dudas y desafíos.** El objetivo es contar esas historias humanas para generar así una conexión emocional entre el observador y la obra de arte y, en definitiva, también entre el observador y la ciencia. Un recurso que utilizamos para este objetivo fue la inclusión de **preguntas.** Junto a cada obra de arte se presenta una pregunta que, en principio, no tiene ninguna conexión con la ciencia. Son preguntas simples, como por ejemplo “¿cómo podemos sentirnos seguros en las redes?” o “¿podemos confiar en nuestra percepción?”. Se espera que el observador de la exhibición ya se haya hecho estas preguntas en el pasado y que, en consecuencia, ya tenga una opinión al respecto. Son preguntas que fácilmente pueden dar lugar a discusiones y debates entre diferentes personas que participan de la exhibición. De esta forma, estas personas sin saberlo empiezan a hablar y discutir sobre la investigación que se esconde detrás de la obra de arte. Sin darse cuenta, discuten sobre ciencia, pero lo hacen con términos propios, con ideas propias. En cierta forma, se apropian de la ciencia.

El medio elegido, el **arte pop**, provee numerosas herramientas filosóficas como prácticas que resultaron muy útiles para este fin. Desde sus orígenes, fines de 1950, este movimiento

artístico propuso quitarle el aire intelectual que tenían las corrientes de la época. Ese enfoque intelectual había generado una distancia entre la escena artística y la sociedad general, y el arte pop intentaba hacer precisamente lo opuesto: buscaba una conexión con la sociedad. Este objetivo del arte pop es muy compatible con las metas de la comunicación científica, que intenta romper con los obstáculos clásicos que se le presentan a la sociedad cuando se acerca a la ciencia, y generar nexos y encuentros. Además, los recursos utilizados por el arte pop para generar estos acercamientos fueron también muy útiles para los investigadores que participaron del proyecto: el arte pop recurre a íconos culturales, como celebridades, dibujos animados y cómics. La idea es que todos en la sociedad conocemos a estos personajes – todos conocemos a Marilyn Monroe o a Mickey Mouse – y todos ya tenemos un apego emocional con ellos. También todos ya tenemos una expectativa y un concepto de todos ellos. Asociamos conceptos con estas figuras. Por ejemplo, es imposible no pensar en el pacifismo cuando vemos una foto de Mahatma Ghandi, y es natural asociar una foto de Bart Simpson con travesuras infantiles. Recurriendo a estas asociaciones, los investigadores pudieron contar historias sin necesidad de decir mucho explícitamente.

Proceso del proyecto

Ni bien quedaron seleccionados los 200 investigadores para el 10th HLF, estos recibieron una invitación para participar del proyecto creando una obra de arte propia. Finalmente, fueron 20 los que participaron de la exhibición. En una primera instancia, los participantes recibieron un *workshop* de capacitación en el cual se presentaron las ideas del arte pop y cómo podían hacer uso de ellas. Luego, a todos los jóvenes investigadores que lo necesitaron, se les ofrecieron reuniones virtuales privadas para discutir ideas, hacer *brainstorming* y compartir ideas que pudieran ser útiles para el desarrollo de las obras de arte. No deja de ser un enfoque poco común. No es usual crear obras de arte como joven científico y, en consecuencia, suelen surgir muchas dudas de todo tipo.

Algunos resultados

No es posible presentar en este artículo todas las obras que formaron parte de la exhibición “Pop Science!”. Sin embargo, presentaremos algunas. El objetivo es compartir brevemente la idea de cada una de ellas, las historias que cuentan y quiénes son los científicos que las cuentan.

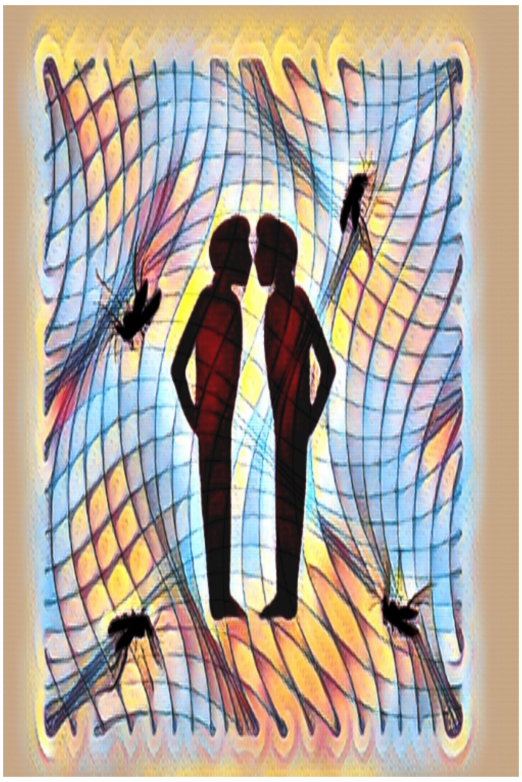
¿Cómo podemos ser constructivos con personas en las que no confiamos? Es una pregunta que intuitivamente podríamos responder con “No. No se puede ser constructivo cuando no hay confianza”. Sin embargo, son múltiples las situaciones cotidianas en las que es necesario encontrar una forma de coexistir y de ser constructivos, aún cuando no confiamos en el otro. Todos los días trabajamos con personas que no conocemos, sea el cliente al que le vamos a entregar una pizza o sean los vecinos con los que queremos mejorar algún aspecto del barrio. Y no deja de ser un proceso enriquecedor. Uno puede aprender mucho. Por ejemplo, podemos darnos cuenta de que nuestra desconfianza estaba basada en preconceptos, y que no estaba justificada. Matan Shtepel es un científico de la computación de Israel que trabaja en la University of California (E.E.U.U.) con *MPC, secure multi-party computations*. Estos protocolos permiten realizar cálculos a partir de bases de datos de diferentes partidos entre los cuales no hay confianza, de manera que no se comparten los datos sensibles con los otros partidos. En su obra, Shtepel muestra tres plantas misteriosas con ojos vendados que conjuntamente crean un fruto mágico.

MPC: productive Beauty without trust, Matan Shtepel, 2023, digital.

¿Cómo podemos diseñar tecnologías de modo que puedan ser utilizadas solo para el bien y no para el mal? Esta es una pregunta eterna en la ciencia. Siempre que hay un logro científico o un avance tecnológico, rápidamente hay alguien que encuentra una forma de utilizar esto para el mal. Un ejemplo clásico es la energía nuclear. Lo que representa una fuente de energía eficiente y económica terminó siendo, al mismo tiempo, una amenaza mundial en forma del armamento nuclear, problemática que seguimos discutiendo en el día de hoy. Otros ejemplos pueden ser los medios sociales, que han revolucionado la forma en la que nos conectamos y relacionamos con personas, pero que hoy en día también representan una amenaza por la desinformación, el *bullying* y el odio que difunden. Laura Stegner es una científica de la computación de los E.E.U.U. que en la University of Wisconsin-Madison (E.E.U.U) trabaja en la interacción robot-humano. La desconfianza a la tecnología que vivencia por parte de los clientes de sus desarrollos han motivado a Stegner a hacerse esta pregunta. En su obra vemos dos planos. El superior muestra una escena del Rey León en la cual vemos numerosos robots de la cultura pop que asociamos con ideas positivas. En el plano inferior los robots son conocidos como antagonistas malvados de películas y series.

We hope for everything the light touches, Laura Stegner, 2023, digital.

¿Cómo podemos reinventar nuestra cultura para adaptarla a circunstancias actuales? Imagino que todos tenemos presente el inmenso impacto que tuvieron las medidas de contención del Covid-19 en nuestras vidas. No solo en el trabajo o con las familias, sino que también en nuestra cultura. En Argentina lo primero que se me viene en mente es el mate, que solemos compartirlo entre muchos, costumbre que no pudimos seguir ejerciendo durante la pandemia. La pregunta que surge es si hay alguna forma de readaptar esta costumbre cultural a esas circunstancias. Y si bien hoy en día la pandemia ya es parte del pasado (¡gracias a dios!), no deja de ser relevante la pregunta, ya que el mundo cambia, y hay cambios que no se van a poder revertir. ¿Qué podemos hacer al respecto, para no perder nuestra identidad cultural? Junita Christine Soewongsono es una matemática de Indonesia que en la Universitas Nusa Cendana (Indonesia) trabaja en un modelo de confección entre el Covid-19 y el dengue. En Indonesia, por ejemplo, un saludo muy tradicional en el que dos personas se dan un beso con la nariz no se pudo seguir practicando durante la pandemia. La obra de Soewongsono muestra dos personas infectadas que se dan ese beso bajo una red que intenta protegerlos del dengue.



Ini Tidak Seperti yan Kamu Pikiran. (No es lo que parece ser), Junita Christine Soewongsono, 2023, digital.

Y hablando de la pandemia: ¿cómo podemos ser una mejor sociedad cuando llegue la próxima pandemia? Si bien en muchos aspectos la pandemia ha mostrado lo mejor que tenemos como sociedad, pienso por ejemplo en la colaboración científica internacional que ha hecho posible crear una vacuna contra el Covid-19 en tiempo récord y en contra de todos los pronósticos. A pesar de eso, hay muchos aspectos de nuestra sociedad que han quedados expuestos por la pandemia. Sin entrar en detalles, en todo el mundo han surgido casos de corrupción que perjudicaron vidas humanas, pero también en menor escala la coordinación entre ciudades, provincias o países no ha sido óptima. Las experiencias que hemos hecho nos deberían motivar a buscar caminos para hacer un trabajo más correcto y prolijo cuando nos encontremos en el futuro en una situación de dimensiones similares. Lucas Machado Moschen es un matemático de Brasil que en la Sorbonne Université

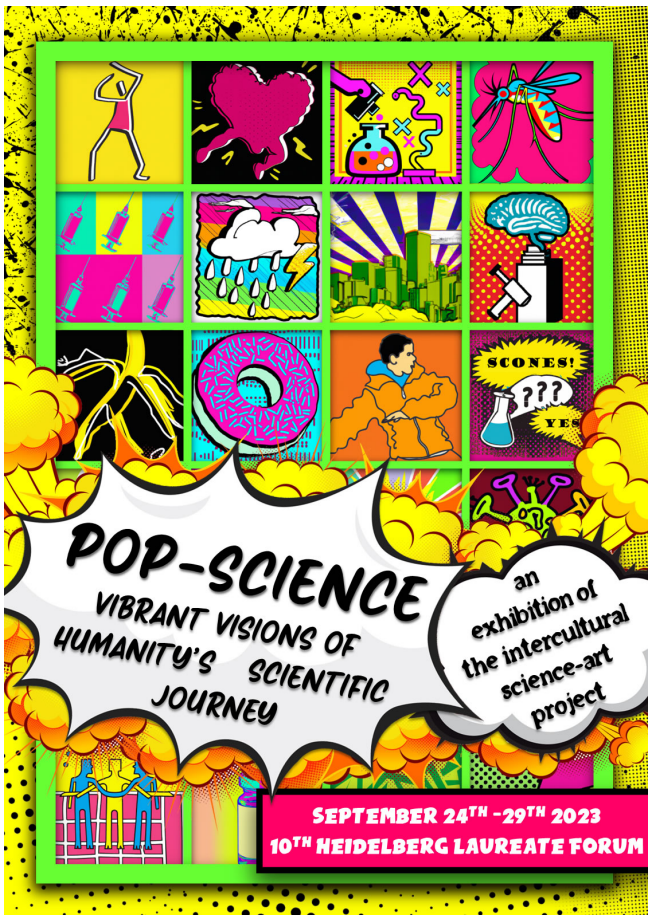
(Francia) trabaja en problemas de control óptimo aplicados a epidemias y a la distribución de vacunas. En su obra de arte de colores impactante vemos un paisaje de Río de Janeiro y vías de tren por las que las vacunas del Covid-19 son distribuidas entre diferentes ciudades.

Vacinação-Bala nas Metrópoles (Vacunación-bala en las metrópolis), Lucas Machado Moschen, 2023, digital.

Catálogo de arte

Toda exhibición de arte necesita un correspondiente catálogo. El objetivo del mismo es, por supuesto, generar un documento que capture y comunique el mensaje y las historias de la exhibición, utilizando los recursos que puede tener un registro escrito.

Y es así que nuestra exhibición también tiene su catálogo que intenta cumplir con estos objetivos. Su tapa, que al mismo tiempo actuó como póster de la exhibición, representa la diversidad de las historias que contamos y todas las emociones positivas que podemos asociar con ellas. Está diseñada en un formato que emula un cómic, un recurso frecuentemente utilizado en el arte pop. Cada panel representa una de las obras de arte de la exhibición, esta vez interpretada por el autor. La tapa intenta llamar la atención y generar curiosidad. ¿Cómo una exhibición con este póster puede hablar de ciencia? Finalmente, la estructura de todo el catálogo sigue la misma idea. Cada obra de arte tiene dedicadas dos páginas. En una, se presenta la obra de arte junto a los datos de la obra y del artista. En la segunda, se presenta al artista como científico, con algunas citas textuales de los artistas. Además, hay un artículo periodístico que discute la pregunta asociada con la obra de arte. De hecho, el título de cada artículo es la pregunta del cuadro correspondiente. Todos los artículos fueron redactados por el autor e intentan ser una interpretación periodística del movimiento de arte pop. Cada texto trata de ser tan provocador como el arte pop, trata de acercarse al y conectar con el observador. Muchos textos se refieren a referencias de la cultura pop, de memes, de películas, etc. Al mismo tiempo, los textos discuten las preguntas de las obras, y de esa forma intentan ayudar al observador a consustanciarse con la obra. Si uno mismo no tiene una idea inmediata de cómo responder la pregunta, el texto brinda ideas iniciales. También por eso, los textos muchas veces buscan provocar al lector y de esa forma invitarlo a consustanciarse con la temática. Se puede acceder al catálogo completo aquí.



Póster de la exhibición *Pop Science!*, durante el 10th Heidelberg Laureate Forum, Demian Nahuel Goos.

Conclusiones y agradecimientos

El *feedback* de la exhibición fue sumamente positivo. En el 10th HLF el autor dio una charla con el fin de presentar los conceptos generales de la misma. La repercusión mediática también fue muy positiva. Durante la semana de la conferencia se dieron entrevistas a medios locales y a un equipo periodístico de la Cambridge University (Reino Unido), y la organización misma del HLF integró el proyecto en su *videoblog* del evento.

La exhibición está diseñada de manera tal que puede ser fácilmente reproducida. Están a disposición las obras de arte y el material adicional (póster y catálogo) para ser reproducidos o para quienes deseen ver la totalidad de las obras de arte.

El autor quisiera agradecer tanto a los organizadores del HLF por haber depositado su confianza en el proyecto, como también a todos los participantes del proyecto, los jóvenes investigadores que le han dado vida a esta idea y que han mostrado su creatividad e innovación con su participación.

Ir al índice general

NOTICIERO

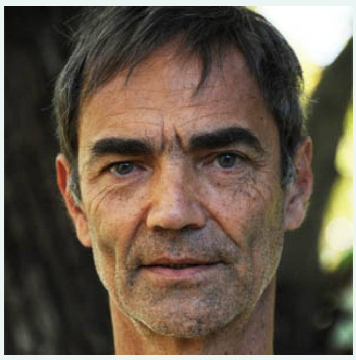
ISSN 1514-9595 (web)

Diálogos

Entrevistas a integrantes de la comunidad matemática

Entrevistado: Pablo Ferrari

Pablo es Licenciado en Matemática por la Universidad de Buenos Aires y Doctor en Estadística por la Universidad de San Pablo. Es Profesor en la Universidad de Buenos Aires Investigador Superior del CONICET, e integra el Grupo de Probabilidad de Buenos Aires.



Por Antonio (Nino) Cafure
Universidad Nacional de General Sarmiento – CONICET

Extracto de la entrevista publicada el día 4 de junio de 2023 en su canal de YouTube Matemática Sentimental.

Linda, fácil y distinta

¿Qué recuerdos matemáticos tenés de tus años escolares?

De mis años escolares son dos las experiencias que tengo presentes porque ya las conté en otras oportunidades. Una muy temprana fue a los siete u ocho años, más o menos. Se me ocurrió que en vez de repetir la tabla del 4 de memoria, podía hacer un algoritmo: 4 por 1, 4; después a ese 4 le sumo otros cuatro y me da el segundo valor de la tabla que es 8; le sumo otros 4 y me da el tercer valor de la tabla que es 12 y así. Resulta que un día la maestra Rosita me dice: “A ver Pablo, diga la tabla del 4”. Yo empiezo: 4 por 1, 4; (y después iba haciendo la cuenta) 4 por 2, (pienso) 8; 4 por 3, (sigo pensando), 12. La maestra me dice “Ah pero no la sabe, está bochado.” Ahí entendí que, a veces, hacía falta también estudiar las cosas de memoria, cosa que nunca hice en el futuro.

El otro recuerdo es del secundario, el Colegio Nacional de Morón. En 5° año tuve una profesora que se llamaba Gutman. Nos enseñó trigonometría. Al principio, trigonometría parece difícil pero después son algunas fórmulas y entendiendo esas fórmulas es fácil; bueno, a mí me resultaba fácil, seguramente yo tenía cierta facilidad para resolver los problemas. Sin embargo, tenía un inconveniente: no me gustaba estudiar de memoria los enunciados de los teoremas. Un día, Gutman me dice: "Pablo, diga el teorema *tal*". Yo le digo: "Mire, la verdad que no me acuerdo del enunciado del teorema *tal* pero si usted me lo recuerda, yo trato de demostrárselo". Gutman responde: "Está bochado."

Es decir que mis experiencias como matemático en el colegio no fueron excelentes (risas). De todos modos, de alguna manera me quedó el gusto por la matemática.

No te dejaste amedrentar por esos fracasos tempranos como matemático, ¿no? (risas).

Sí, no me importó tanto; no, no me importó. No lo recuerdo como algo frustrante y tampoco me parece que me haya puesto a estudiar como me decían que estudie. Eso es un defecto de ser cabeza dura. En realidad, es un buen defecto para un matemático.

A propósito, es difícil no volcar en la manera de hacer matemática nuestra forma de ser. Me parece que nuestros egoísmos, nuestra buena o mala predisposición se vuelcan, quieras o no, en el modo en el que hacemos matemática.

Desde ya. Justamente me preguntabas por mail si tenía alguna receta para investigar, cómo llegaba a un descubrimiento matemático, si tenía algún método. Escribí un montón de cosas (risas). Con esto que planteás ahora de que cada uno hace la matemática que puede hacer, la matemática acorde a su personalidad, me acordé de algunas cosas. Yo hice el doctorado con Enrique Andjel en San Pablo. Enrique me hizo leer un pedacito de un artículo, después tuve que leer un par de artículos más, y después me puse a trabajar muy artesanalmente sobre estos temas tratando de entender qué es lo que pasaba. Era una cosa muy chiquita, eran todas cosas como pequeñas. Y como era lo único que tenía para hacer, entonces hacía las cosas pequeñas. Me doctoré y con mi título de doctor en mano llegué a Rutgers. Viste que cuando uno se doctora se dice a sí mismo que sabe un montón (risas). Cuando llegué a Rutgers me di cuenta que no sabía absolutamente nada, que había un mundo totalmente en ebullición por descubrir. Era un centro de primerísima línea, ahí conocí a Joel Lebowitz. Había un constante peregrinar de pos-docs, de investigadores jóvenes y formados. Era una locura ese centro. Todos los lunes había dos charlas de una hora cada una. Lo bueno era que te incluían mucho; es decir, no te dejaban no ir a los seminarios. Y yo no quería ir a los seminarios. Para mí eran una pérdida de tiempo porque no se entendía nada, **yo** no entendía prácticamente nada, y tenía que escribir mis artículos; pero no, tenía que ir al seminario. Hice dos años más o menos de esa vida mientras seguía pensando en un par de problemas que, de a poco, haciendo pequeñas cositas iba resolviendo.

También tenía otros problemas en Rutgers, unos dramas amorosos, una novia brasileña que me dejaba. Por suerte había entablado amistad con otros pos-docs. En fin, había toda una vida en el medio de la desesperación por hacer algo; todos se citaban entre ellos. Uno decía: “Porque como dijo Fulano este problema se resuelve así”; otro lo citaba y yo decía: “No voy a crecer nunca, nunca voy a entrar en ese mundo.”

“Quiero ser parte de ese círculo de promiscuidad matemática.” (risas).

(Risas) Claro. “No voy a ser nunca parte de ese mundo, voy a seguir haciendo estas cositas chiquititas acá.” Por eso, cuando me preguntaste qué es lo que me motiva, recordé que en esos momentos lo que yo quería era hacer una matemática que fuera linda, fácil y distinta. Pensando un poco, creo que esas fueron las palabras que me guiaron. También me preguntaste si iba a querer hablar de la influencia de mi padre en mi carrera. Y creo que...eso, sobre todo la parte de hacer matemática linda y diferente es una influencia de León. Aunque creo que él le daba más importancia a que sea diferente.

Ya que estamos, hablemos un poco más de León Ferrari. En 2019 diste una charla en la Universidad Nacional de General Sarmiento en ocasión de una muestra de sus heliografías, obras realizadas allá por los 80’. Interpretabas y reflexionabas sobre la obra de tu padre desde tu investigación matemática. Fue conmovedor ver a un hijo explicando la obra de su padre.

Muchas de las obras de mi padre, muchas de las que mostré en aquel momento, tienen un concepto parecido a las cosas de matemática que yo hago. Yo trabajo en sistema de partículas: es como si uno mirara el agua con un super-microscopio y viera las moléculas de agua que se están chocando. Si vos ves las moléculas de agua que se están chocando decís que se chocan de acuerdo a ciertas leyes. Pero cada una de ellas es solo una molécula que está interactuando localmente con las otras cuatro que tiene alrededor; no sabe que forma parte de una ola que está siendo surfeada por un surfista. Y muchos de los dibujos de León son lo mismo: un garabatito que se repite, que no sabe que forma parte de un tremendo cuadro con todo un garabato. Cuando ves el cuadro en su totalidad, así como cuando ves todas las moléculas de agua juntas formando una ola, te olvidás del detalle. Bueno, aquel día yo traté de mostrar esos paralelos entre esas obras y mi trabajo. Esto me lo había hecho notar mi profesor Errico Presutti. Cuando vio las obras de León me dijo: “Pero tu papá hace lo mismo que vos” (risas). Obviamente, no fui consciente al buscar ese tipo de matemática. La parte de hacer algo lindo y diferente, sí, es de León; lo de fácil, tal vez también porque yo creo que él decía: “Bueno, pero hacer un garabato es de lo más fácil, porque como no sé pintar, entonces hago garabatos.”

Quería que dedicáramos un tiempo a hablar de tu padre y su influencia. En mi e-mail lo dejaba como una pregunta abierta, como una posibilidad, porque no me animaba a decirlo de manera definitiva.

Sí, sí, no tengo drama. Yo traté, dentro de las posibilidades, de hacer una vida lo más independiente de mi padre. León Ferrari era fantástico, como padre fue fantástico; pero no para tenerlo al lado todo el tiempo. Entonces la matemática fue una forma de escapar de él pero, como ves, parcial.

Hablando entonces de escapar y volviendo a los modos del trabajo matemático, ¿pensás que las computadoras modificaron la manera de hacer investigación matemática o que lo van a hacer?

Tenemos todas estas nuevas investigaciones sobre máquinas que producen teoremas y producen resultados. No sé bien, puede ser que vengan a revolucionar la forma de hacer matemática, sí. Capaz que estoy atrasado, estoy fuera de moda, pero creo que sigo haciendo matemática como la hacía hace treinta años. Siempre tenés que sentarte frente a un pizarrón, pasar horas discutiendo con un colega hasta que se diluya la autoría de las ideas. Y después hay que sentarse y escribir lo que pensaste. Muchas veces tenés una idea, pero en realidad, no empezás a trabajar hasta que te sentás a escribirla formalmente. Es ahí cuando se te ocurren millones de otras ideas y te das cuenta de que la idea original no funcionaba y que alguna de estas nuevas ideas es más fácil, más simple, más agradable...

Distinta (risas).

Distinta (risas). O no, porque ya se le había ocurrido a alguien. No importa, nunca tenés que pensar que es tiempo perdido, sino que lo que aprendiste, mañana lo vas a usar de alguna otra manera.

Me parece que es sumamente útil que compartas estas ideas. Es sano y necesario desacralizar al matemático, esa visión de alguien que tiene todas las ideas completamente formuladas, acabadas.

El matemático es un sufridor (risas). Esto es de un poema de Fernando Pessoa, creo: pero él hablaba del poeta como un simulador.

¿Qué te gustaría seguir haciendo en estos años que vienen?

No sé, me parece que voy a hacer como el lechero de mi casa de infancia en Castelar. Venía con un carro tirado por un caballo por la calle de tierra. El tipo usaba boina, botas, era un gaucho. Él chistaba y el caballo sabía dónde tenía que parar. Cambiaba las botellas vacías que habías dejado en la puerta por botellas llenas. En un momento se jubila y aparece otro lechero, un pibe joven repartiendo la leche en una motito. Pasaron dos o tres meses y un día vuelve el del caballo: “Pero cómo, ¿no se había jubilado?”. “Sí, pero no sabía qué hacer, volví acá a repartir leche”. Creo que voy a seguir haciendo matemática por un tiempo, mientras se pueda, después veremos.

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Experiencias y herramientas

El objetivo de esta sección es compartir experiencias y herramientas pensadas especialmente para quienes están transitando sus pasos iniciales dentro de la comunidad matemática, ya sea como estudiantes de grado, doctorado o post-doctorado. Para realizar una contribución a esta sección, por favor escribir a noticiero.editorial.uma@gmail.com.

¿Qué puedo hacer con GeoGebra?

Mauro Natale

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

La integración de herramientas tecnológicas en las distintas actividades que realizamos de forma cotidiana ha modificado drásticamente la naturaleza de las mismas y nos permiten afrontarlas de maneras impensadas hasta hace un par de años (pero no tantos) atrás. El mundo académico, y en particular los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en los distintos niveles educativos, no escapan a esta realidad. En este artículo haré una breve presentación de las principales características del software GeoGebra, e intentaré responder a la pregunta *¿Qué puedo hacer con GeoGebra?* desde mi experiencia como docente de nivel superior, que también se vincula con la enseñanza de la matemática en otros niveles educativos.

GeoGebra es un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, representaciones gráficas, estadísticas y cálculo en un solo motor. Su desarrollo comenzó en 2001 a partir del proyecto de tesis de maestría de Markus Hohenwarter (Página Web - Perfil GeoGebra) en la Universidad de Salzburgo. La idea original era desarrollar un programa libre, que pudieran utilizar de forma simple los docentes y estudiantes en las clases de matemática, y que reuniera las potencialidades de los programas de geometría dinámica y de los programas de cálculo simbólico. Las ventajas que éste presentaba frente a los otros programas similares que se utilizaban hasta entonces, provocó que GeoGebra ganara rápidamente popularidad. Desde aquel momento, un gran número de voluntarios se fueron sumando al proyecto para desarrollar nuevas funcionalidades, diseñar materiales didácticos interactivos, generar capacitaciones para los usuarios nuevos, traducir el software y la documentación a distintos idiomas, etc.

¿Cuáles son las principales características de GeoGebra?

- Es gratis, de libre acceso y disponible en múltiples plataformas (Linux, Windows, Android, Apple macOS, Apple IOS). También se puede utilizar en su plataforma en línea.
- Tiene una interfaz amigable que es accesible tanto para estudiantes como docentes. Los usuarios pueden crear y compartir recursos fácilmente.
- Combina distintas áreas de la matemática (geometría, álgebra, cálculo, estadística y aritmética) en una única plataforma.
- Los usuarios pueden crear construcciones y modelos dinámicos que pueden ser manipulados en tiempo real. Esto permite a los docentes proponer problemas que generan espacios diferentes para explorar, conjeturar y demostrar propiedades. (Ver por ejemplo Varignon, Vértice de una parábola, Ciclistas, 6 triángulos, Polígono).
- GeoGebra está conformado por una gran cantidad de voluntarios, nucleados en Institutos GeoGebra, que generan material y recursos que comparten con la comunidad y que los usuarios pueden utilizar directamente o adaptarlos a sus necesidades. (Ver por ejemplo: Laura del Río, Tim Brzezinski, Diego Lieban, Juan Carlos Ponce Campuzano, José Luis Muñoz Casado, Agustín Carrillo, Rafael Losada Liste, Mauro Natale).

¿Por donde arrancar?

Un buen punto de partida es explorar la página oficial de GeoGebra y crear un usuario que te permitirá guardar recursos en la nube, compartirlos con quien vos quieras con sólo pasarle el link del recurso y seguir a otros usuarios para enterarte de sus últimas creaciones. También es muy importante bucear en el gran repositorio de recursos públicos de GeoGebra, esto te permitirá sacar ideas, analizar el potencial que el software ofrece y también utilizarlos tal como están o hacerles modificaciones para adaptarlos a tus necesidades.

¿Qué puedo hacer con GeoGebra?

Las posibilidades que ofrece el software son muy diversas. El uso básico es realizar construcciones o cálculos utilizando las distintas vistas de GeoGebra Classic o las respectivas calculadoras: Gráfica 2D (se pueden realizar construcciones geométricas y gráficas de funciones en el plano), Algebraica (se muestran las representaciones algebraicas y numéricas de los objetos construidos), Gráfica 3D (se pueden realizar construcciones geométricas y gráficas de funciones en el espacio), Hoja de Cálculo (planilla con celdas organizadas en filas y columnas en las cuales es posible ingresar y tratar datos numéricos), CAS (permite realizar cálculos en forma simbólica), Probabilidades y Estadística (contiene representaciones de funciones de distribución de probabilidad y permite calcular probabilidades). Un hecho importante es que las distintas vistas se vinculan dinámicamente, es decir que los objetos creados en una de ellas también están disponibles en las otras.

Los trabajos pueden guardarse en la nube o descargarse en distintos formatos para su almacenamiento local y posterior utilización. El más común es el *Archivo GeoGebra* con extensión .ggb, pero también pueden descargarse con extensión .stl que permite utilizarlo para realizar Impresiones 3D y con extensión .txt que genera el código con los paquetes necesarios para incorporar la construcción como un gráfico en un documento latex.

Como docentes podemos crear recursos y actividades interactivas para trabajar con los estudiantes en las clases (ver por ejemplo: Cálculo Numérico, Fourier), y compartirlas utilizando un Classroom Google o un Classroom GeoGebra. Un detalle interesante de este último es que nos permite monitorear el trabajo de todos los estudiantes en tiempo real.

Uno de los últimos desarrollos en los que está trabajando el equipo GeoGebra es la integración del lenguaje de programación Python con el software. Al inicio del 2023 lanzaron la versión beta PyGgb, un entorno en línea en el que se puede programar en Python y ver los objetos en gráficos GeoGebra. Para dar los primeros pasos puedes ver el siguiente video.

Espero que este texto los motive a explorar las distintas herramientas que ofrece el software GeoGebra y encontrar aquellas que les sirvan para potenciar su estudio y/o trabajo. Si están interesados en colaborar con el desarrollo del proyecto pueden formar parte de la Comunidad GeoGebra.

Maravillosa sinergia

Comité organizador local de la Reunión Anual UMA 2023

Universidad Nacional de Salta

La Universidad Nacional de Salta se postuló para ser sede de la Reunión Anual de la UMA porque reconoce la importancia de acercar a la comunidad local este extraordinario espacio de encuentro, donde se discute sobre los avances de la Matemática y su enseñanza, en un trabajo mancomunado entre docentes, investigadores y estudiantes. Además, para que los matemáticos de todo el país conozcan nuestra universidad y a la gente que trabaja en ella.

Nos postulamos. Nos eligieron. Y ahora... ¿quién podrá ayudarnos? Queríamos que la reunión de la UMA a realizarse en Salta sea la mejor, un ejemplo a seguir.

La organización de un evento tan importante requiere de mucho tiempo, trabajo y esfuerzo. Uno de los desafíos era que hubiese una numerosa participación del noroeste, es por ello que nos comunicamos con distintas instituciones, entre ellas universidades y ministerios del noroeste para lograr su adhesión y hacer circular toda la información inherente a la reunión en forma continua. Cada miembro de la comisión organizadora local tenía una tarea (buscar fondos, reservar aulas, administrar la página, estar al frente de cada una de las actividades, etc.) y todas las semanas teníamos reuniones, algunas de ellas con la comisión directiva de la UMA con el objetivo de coordinar actividades, recibir instrucciones generales y evaluar la marcha de la organización del evento. En no pocas ocasiones nos frustramos, buscamos nuevos caminos, volvimos a intentar, confiamos en el trabajo que debía realizar cada miembro del comité organizador local. Nunca dejamos de sentir esa adrenalina que produce entre miedo y alegría.

Gestionar y recibir respuestas favorables, fue maravilloso. Se logró, entre otras cosas, concentrar las actividades en espacios cercanos dotados de tecnología recientemente incorporada a la universidad, que el jardín maternal de nuestra universidad recibiera a las/os hijas/os de los asistentes, un espacio para un lactario, que el comedor universitario diera el almuerzo gratuito a 250 estudiantes y servicio diferenciado sin tacc en los cafés y el vino de honor.

A pesar del cansancio fue una maravillosa experiencia. Agradecemos a la comisión directiva de la UMA, a las autoridades de nuestra universidad, a los auspiciantes y a todos los actores que hicieron posible este evento. La suma de aportes lo hizo posible y el todo fue mayor a la suma de los aportes individuales.

Una vez finalizada la reunión, sentimos una gran satisfacción, esa que se siente cuando se ha realizado con éxito el trabajo encomendado. Las devoluciones recibidas nos conmueven y motivan. El aplauso final quedará en nuestros corazones para siempre.

Comité organizador local de la Reunión Anual UMA 2023: Gabriel Avellaneda; Silvina Campos; Blanca Formeliano; José García; Camilo Jadur; Jorge Yazlle.

Al pie del Retoño del Algarrobo Abuelo donado por el Gobierno de San Luis a la Universidad Nacional de Salta en ocasión de la Reunión Anual de la UMA, 2005.

Mudarse a otro planeta

Azul Fatalini

Universität Münster

La primera vez que volví a Argentina por vacaciones, me preguntaron sí *allá* era mejor. Me tomó por sorpresa, pero a la segunda ya tenía armada una respuesta: *es incomparable. Todo lo bueno que hay acá, allá no existe, y todo lo malo que hay acá, tampoco.* ***Todo es, simplemente, otra cosa.***

Nunca había estado en Europa, así que antes de irme a Alemania para hacer mi doctorado vi millones de videos de cómo era la vida allá. Aprendí un montón de datos de color, desde cómo reciclar hasta que hay impuestos por tener un perro. Pero nada ni nadie me preparó, porque **vivir en otro país es como cambiarse de planeta.**

Me costó varios meses entender que al volverme sola a mi casa en bicicleta en calles totalmente oscuras y atravesando un bosquecito (como en la serie *Dark*) no estaba poniendo en riesgo mi vida. Era seguro y ya. La mayor locura que hubo por la inflación fue cuando, por la invasión rusa a Ucrania, el aceite subió 10 %. Los alemanes, indignados. Yo, agradecida.

Al tercer mes de estar en Alemania falleció un amigo muy cercano. El dolor inconmensurable y aprender a la fuerza que esta no era la última vez que yo *no iba a estar*. Convencer a mis abueles de que atiendan las llamadas de Whatsapp. Pandemia, dengue, desgracias. Pero también el día del amigo, los cumpleaños, Navidad. No estuve para muchas cosas.

Al mismo tiempo me di cuenta de que mi forma de ser no encajaba en este país y estuve un año tratando de "adaptarme". Solo para darme cuenta de que por mucho alemán que estudie y por más reglas que siga, no es mi país ni mi idioma y, por sobre todo, **no es mi cultura.** Y eso fue muy duro, porque perder el privilegio de ser nativa tiene sus costos. Pero me dio una libertad increíble: yo puedo ser yo más allá de cualquier lugar.

...Y ahí empecé a disfrutar. Tengo la suerte de estar en una facultad muy internacional, tengo amigues de todos los continentes. En la diferencia nos encontramos y en la diferencia me vuelvo a encontrar yo. Me veo muy argentina, pero un poco también alemana. **Un ser, dos mundos son.** Me encanta interrumpir a la gente, pero también aprendí a llegar a tiempo, siempre. Respeto los semáforos y me desvelo para ver la final de la Copa América. Todo el mundo me dice que bailo bien y se enloquecen cuando discutimos de feminismo, porque ninguna de esas cosas aquí es muy normal.

Yo me fui del país porque quería estudiar **Teoría de Conjuntos**, que se trata en cierto modo de entender los fundamentos de la matemática y cuyo objeto de estudio son los modelos de la teoría de conjuntos. Aprendí infinito (no numerable), conocí un montón de gente, viajé, resolví, pataleé. Y al final, lo volvería a elegir. Aprender de otra cultura, si estás abierta a eso, te hace naturalmente replantearte tus propios axiomas. De repente, aparecen muchas más formas de vivir de las que creías posibles, y podés elegir la combinación que más resuene con vos.

Aprendí que en la matemática y también en la vida, hay modelos (o como me gusta pensarlos, *planetas*) en dónde algunos axiomas son ciertos y otros no. Y esa flexibilidad es maravillosa.

👉 Para les que estén considerando irse afuera:

Al final, es una lotería. Conozco muchas personas en el exterior haciendo ciencia, cada una tiene su historia. Cada vida, cada mundo, es incomparable. Si querés hacer rodar la rueda de la fortuna y ver qué pasa, aplaudo tu valentía. Contactame si necesitás. Recordá: **lo peor que puede pasar es que tengas que volver al mejor país del mundo.**

Una experiencia como matemático del interior

David Eduardo Ferreyra

Universidad Nacional de Río Cuarto - CONICET

Crecí en un pueblo del norte argentino llamado Villa General Güemes, en la provincia de Formosa. Como muchos sabemos, en varias provincias del norte o del sur, las universidades no ofrecen la Licenciatura en Matemáticas, y el quehacer matemático no es algo que se escuche demasiado. Mi carrera de grado la hice en Concepción del Uruguay y finalicé en 2008. Sin ofertas para continuar un posgrado en esta ciudad, me mudé a Río Cuarto. Pero

en ese momento tampoco había un posgrado activo, por lo que comencé a viajar a la provincia de San Luis para cursar una maestría y, posteriormente, el doctorado. En mi caso, hice ambas carreras sin beca. En este punto, quiero recalcar que la obtención de becas doctorales para postulantes del interior no es tan sencilla a pesar de que existen áreas prioritarias y lugares de vacancia. Sobre todo, si durante la carrera de grado nadie te dice o incentiva a realizar diferentes actividades académicas (cursos de inglés, becas de ayudantías de investigación, becas CIN, ayudantías de segunda, etc.), que como estudiante son de suma importancia si en el futuro se aspira a una beca doctoral. *Hace falta que investigadores formados se instalen en departamentos del interior para que puedan motivar y orientar a los estudiantes durante la carrera de grado y, de esta manera, se genere proyección académica/científica a largo plazo para que estos departamentos puedan prosperar y consolidarse. Siento que todavía hace falta más federalismo de las matemáticas.*

Como en muchos aspectos de ser profesor en la universidad, asesorar a estudiantes de posgrado a menudo es parte del trabajo, pero rara vez se enseña. Sin duda, todos hemos aprendido y hasta imitado la forma de enseñar o los diferentes enfoques de algunos docentes que tuvimos en la carrera de grado. Sin embargo, la mayoría de nosotros solo hemos tenido un asesor doctoral. En mi caso, fue el Doctor Hugo Cuenya. Me consta que el compromiso de Hugo con sus estudiantes siempre fue a largo plazo, y tenía la exigencia justa para cada uno de nosotros. Me refiero a lo importante que es que un asesor tenga la capacidad de ver lo que cada estudiante puede dar, y tener la sabiduría de proponernos el tema adecuado. Siempre se preocupaba y estaba dispuesto a pasar tiempo con nosotros. Durante mi doctorado, no hubo una semana que no nos reuniéramos en su oficina para exponer en el pizarrón los avances y discutir alguna idea. Estas reuniones fueron fundamentales para nuestro desarrollo como futuros investigadores. Me doctoré en 2015 y fui su último estudiante, pues al año siguiente se jubiló.

Cuando finalicé mi doctorado no abundaban propuestas para continuar estudios posdoctorales o estadías de investigación en el exterior. De alguna manera, cada uno debe buscar sus propias oportunidades. En mi caso, realizar un estudio posdoctoral fue más bien una aspiración personal y un poco de suerte. En ese momento yo viajaba a la UNLPam a dar clases y, a través de una colega (Marina Lattanzi), me contacté con un investigador de la Universidad Politécnica de Valencia (Néstor Thome). Ese año nos presentamos a una beca postdoctoral en CONICET en conjunto con el Dr. Fabián Levis de la UNRC, quien se sumó como co-director. Desde ese momento empecé a especializarme en una nueva área de estudio (Análisis Matricial), que me abrió nuevas puertas para continuar creciendo como matemático, tener mis propios proyectos, estudiantes, etc.

El ingreso a la carrera de Investigador de CONICET fue otro desafío en mi vida académica. A veces, un *paper* o una estadía en el exterior hacen la diferencia para entrar o no a carrera. Y en este sentido, la falta de asesores con experiencia, no estar insertos en grupos de investigación consolidados o la falta de contacto con investigadores del exterior, hace un poco más difícil el ingreso a los jóvenes que estamos en el interior.

No obstante, a pesar de las limitaciones de recursos (tanto humanos como de infraestructura) muchos de nosotros, gracias al apoyo de distintas personas que encontramos en el camino académico, hemos logrado sortear muchos obstáculos y pudimos seguir adelante con nuestros proyectos, con la formación de recursos humanos y con la producción científica, tratando de publicar en buenas revistas, asistiendo a las principales reuniones científicas del país, tratando de hacer colaboraciones con investigadores del exterior (al menos en forma remota), entre otras cosas. Sin duda que hace falta compromiso y determinación pero sobre todo *pasión*. La pasión por lo que se hace puede superar incluso las mayores adversidades.

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Género UMA

Empoderando a las futuras matemáticas: iniciativas para niñas y adolescentes en Argentina

Comisión de Género

Referentes de género

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

La brecha de género en el ámbito científico, especialmente en las matemáticas, representa un constante desafío para las instituciones. En Argentina, diversas iniciativas han surgido para abordar esta problemática. Algunas de estas acciones se han enfocado en incentivar a niñas y adolescentes a considerar las matemáticas como una opción viable y emocionante para su futuro. En este artículo presentamos dos destacadas propuestas: la **Mateliga** y la Jornada Latinoamericana de Talleres STEM[1] para niñas y mujeres adolescentes **Ada Lovelace.**

La Mateliga: promoviendo el interés matemático en escuelas secundarias

La Mateliga es una iniciativa destacada que promueve la participación femenina en matemáticas a través de una competencia por equipos de estudiantes de escuelas secundarias de ciudades de Santa Fe, con al menos una niña integrante por equipo. El encuentro es organizado por el Departamento de Matemática (ECEN) de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (UNR) y se realiza en mayo, en honor a la destacada matemática iraní Maryam Mirzakhani (primera mujer en ganar la medalla Fields).

Según Gabriela Ovando, una de sus organizadoras: “Notamos que el ingreso de mujeres a las carreras STEM de la facultad no llega a la mitad, y que la permanencia se hace muy complicada. En algunas carreras, las mujeres están aisladas y, en general, las diversidades también lo están. En estos casos las redes son las que pueden ayudar a sostener la carrera. Por eso, pensamos en fomentar a través de la Mateliga el trabajo en equipo.”

[1] El acrónimo STEM corresponde a las siglas de los términos en inglés Science, Technology, Engineering and Mathematics (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas).

Al convocar a participar a estudiantes de diferentes escuelas en el ámbito universitario, la Mateliga no solo busca fortalecer el trabajo colaborativo en matemáticas, sino también integrar la facultad con las escuelas secundarias y favorecer el ingreso y permanencia de estudiantes en estas carreras. Más aún, la Mateliga constituye un espacio enriquecedor para la formación de este tipo de actividades para estudiantes y docentes de la facultad que participan de la organización e integrantes de las escuelas participantes.

Jornada Latinoamericana de Talleres STEM para niñas y adolescentes: celebrando el día de Ada Lovelace

Otra iniciativa es la Jornada Latinoamericana de Talleres STEM para niñas y mujeres adolescentes, que se realiza en octubre en honor a Ada Lovelace (considerada la primera persona programadora). Esta jornada está organizada por integrantes de tres universidades nacionales: la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional del Litoral (FIQ-UNL), la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (FCEIA-UNR), y la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires (FCEyN-UBA).

La jornada se propone crear un espacio educativo exclusivo para niñas, con propuestas que las hagan sentir más contenidas. Según Daniela Rodríguez, una de sus organizadoras, la actividad tiene múltiples propósitos: “Por un lado, incentivar a las niñas con diversas propuestas relacionadas con carreras STEM, mostrando modelos a seguir en sus comunidades, personas que estudian y trabajan en temáticas STEM. Se busca demostrarles que la ciencia está a su alcance y que hay una comunidad dispuesta a apoyarlas.”

La participación en estas jornadas ha mostrado un notable crecimiento. En su primera edición de 2022, se realizó en 7 sedes de Santa Fe y Buenos Aires, con la participación de 240 niñas. En 2023 la actividad se expandió significativamente, llevándose a cabo simultáneamente en 35 sedes de Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Uruguay, con la participación de 1200 niñas y se involucraron 600 personas voluntarias en la organización. Para este año, ya están inscriptas 45 sedes en diferentes países, siendo un modelo notable de red de cooperación e intercambio entre instituciones de toda la región. Cabe mencionar que la organización central coordina las sedes y les proporciona material digital, instructivos y apoyo necesarios para llevar adelante la actividad durante la jornada. Esto empodera a sedes sin experiencia en actividades científicas, generando un efecto multiplicador en cada uno de esos lugares.

Ambas iniciativas, la Mateliga y la Jornada Latinoamericana de Talleres STEM, son ejemplos del compromiso de las instituciones educativas en Argentina con la reducción de la brecha de género. Al brindar espacios de aprendizaje y competencia, estas actividades no solo fomentan el interés por la matemática entre las niñas y adolescentes, sino que también empoderan a la próxima generación de científicas y matemáticas.

Más información y agradecimientos

Para más información sobre estas iniciativas, recomendamos visitar las páginas web:

- https://www.fceia.unr.edu.ar/ecen/dm/index.php/mateliga-2024/
- https://www.fiq.unl.edu.ar/culturacientifica/ada-lovelace/

Agradecemos la colaboración en esta nota a la Dra. Daniela Rodriguez, Investigadora Independiente del CONICET y Profesora Asociada de la Universidad Torcuato DiTella, y a la Dra. Gabriela Ovando, Investigadora Independiente del CONICET y Profesora Titular de la Universidad Nacional de Rosario.

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Competencia Interuniversitaria de Matemática Argentina

Camino a la cima, llegamos a la décima CIMA

Leandro Cagliero y Juan Pablo Rossetti

Universidad Nacional de Córdoba y CONICET

¡Qué alegría, es la déCIMA! Este año celebramos con gran satisfacción la décima realización de la CIMA, la Competencia Interuniversitaria de Matemática Argentina.

La CIMA es una prueba de matemática que se toma una vez al año, consta de 6 problemas, para pensar y resolver durante 5 horas y se rinde en forma individual o en equipos de a dos, sin libros ni dispositivos electrónicos. Está abierta a todos los estudiantes de Universidades e Institutos terciarios de la Argentina aunque está pensada principalmente para aquellos de carreras que tienen matemática. La mayoría de los problemas no requieren conocimientos avanzados y es por ello que pueden y se alienta a participar a alumnos de los primeros años de su carrera; al mismo tiempo, es habitual que un problema incluya algún contenido matemático de años superiores.

La competencia otorga premios a las 10 mejores pruebas y, para las 5 mejores, este premio suele incluir una invitación a contar la solución de un problema en la Reunión Anual de la UMA y un monto económico. Algunos años también se ha premiado a la solución más original de un problema.

Una característica que alienta la participación es que la inscripción definitiva a la competencia se concreta al momento de entregar la prueba, es decir que es posible presentarse a rendir sin ningún compromiso y recién luego de las 5 horas de competencia, tomar la decisión de entregar o no la prueba para quedar oficialmente inscripto.

La cantidad de participantes suele ser alta, con un promedio de unos 60 equipos de unas 12 sedes por año.

¿Cómo es la prueba? Su confección está a cargo del Jurado que cuenta con vasto banco de problemas aportados por diversos colaboradores externos. El Jurado elije entre ellos y arma la prueba buscando ordenar los problemas, según su dificultad, de menor a mayor. Así, el primero es siempre atacable y la mayoría de los equipos resuelven alguna parte del mismo. También lo suele ser el segundo. Luego, los problemas 3, 4 y 5 son muy representativos de la CIMA, verdaderos desafíos, suelen tener un enunciado atractivo, al

comienzo no es claro cómo atacarlos y siempre hay que trabajar mucho para llegar a una solución. Finalmente, el problema 6 suele ser el más difícil y muchas veces ha quedado sin que lo resuelva en forma completa ningún participante.

En la corrección, cada problema tiene un valor de 10 puntos por lo que una prueba resuelta de manera completa obtendría 60 puntos. Sin embargo, generalmente el equipo ganador obtiene entre 40 y 50 puntos. Dado que aun el problema más fácil es difícil, resolver un problema con 10 puntos es muy meritorio y, un equipo que obtiene en la prueba un total de más de 20 puntos ya podría estar disputando un lugar entre los 10 premiados. El entrenamiento en resolver problemas de este tipo ayuda considerablemente a los participantes y, naturalmente, quienes obtienen los mejores puntajes generalmente han dedicado horas de estudio y práctica en este tipo de desafíos.

Con la CIMA se aprende matemática. Conversar y discutir sobre los problemas en los días posteriores a la realización es uno de los aspectos más entretenidos e instructivos de la prueba; ahí van apareciendo distintas soluciones de los problemas y se aprende mucha matemática. Esto último sucede especialmente cuando se han pensado los problemas durante horas, con la adrenalina de estar en la prueba. Es por ello que es una muy buena actividad de estudio participar pensando los problemas de la competencia aunque finalmente el equipo no entregue la prueba para competir. También es muy lindo el período previo, cuando grupos de estudiantes se reúnen a resolver problemas del tipo, extraídos de competencias similares.

El hecho de participar en equipos de a dos es una alternativa que hace mucho más ameno el momento de la prueba. Además, requiere de un diseño de estrategia de cómo repartirse las tareas, algunos trabajan de a dos en los problemas, otros se dividen los 6 problemas de acuerdo a sus preferencias, etc.

¿Cómo comenzó la CIMA? La primera CIMA fue en 2013, dos años después de que dejara de realizarse la Competencia Paenza, que tuvo lugar durante 25 años consecutivos, desde 1986 hasta 2010 inclusive. A muchos nos tomó por sorpresa la no realización de la Paenza en 2011, no teníamos presente que se realizaría por 25 años. La Competencia Paenza tenía esencialmente las mismas características de la actual CIMA, parte de su historia puede ser consultada en su página web.

Al quedar este vacío, era claro que había que intentar hacer una nueva competencia de este tipo, ya que muchos estudiantes participaban, aprendían, y valoraban lo que era tener una prueba interesante y exigente como esta, en la que se siguen pensando y comentando los problemas durante semanas y meses. Durante los dos años sin competencia, era habitual que algunos estudiantes preguntaran preocupados si se volvería a realizar “la Paenza”. Fue así como varios encaramos el proyecto de crear una nueva prueba, para preservar los numerosos beneficios que otorgaba a los estudiantes la tradicional Competencia Paenza.

Esta tarea no era sencilla. Varios de los candidatos a ser miembros del Jurado (y consecuentemente encargados de armar la prueba) venían trabajando en la Paenza y necesitaban un tiempo de descanso de esta actividad que es demandante e intensa en ciertos meses del año. Para valorar el trabajo que requiere, viene bien recordar que, en el armado de la prueba de la IMO (International Mathematical Olympiad), que también tiene 6 problemas, se cuenta con un muy numeroso jurado, un banco enorme de problemas originales y una revisión muy minuciosa hecha por más de cien expertos. La Paenza elaboraba una prueba de calidad similar y la nueva competencia debía mantener ese nivel.

Afortunadamente, justo en 2012 tenía lugar en Mar del Plata la IMO, y muchos de quienes podían colaborar en la nueva prueba participaban allí como “coordinadores”, es decir, en la corrección de la IMO 2012. Era una oportunidad óptima para acordar la realización de

una nueva prueba para el año siguiente. Fue así como nos reunimos en Mar del Plata con varios coordinadores, en particular con Carlos D'Andrea y Gabriela Jerónimo, ambos con vasta experiencia en la Paenza, y que aceptaron colaborar fuertemente en la organización en general. También recibimos aquel día el compromiso de varios expertos en este tipo de competencias para aportar problemas originales a la prueba y poder ser consultados en lo que fuere necesario. Esto dio el empujón que hacía falta para lanzar la nueva prueba, solo quedaba un poco en el aire cómo dar buenos premios. Coincidentemente, Iván Angiono nos comentó que, por otra parte, Nicolás Andruskiewitsch, quien era Vicepresidente de la UMA, también quería reflotar la Paenza y tenía una idea muy concreta de cómo dar los premios. Todo fue tomando forma. Inmediatamente nos pusimos en contacto con Nicolás y se decidió que se hiciera en el 2013 la primera prueba. Desde la UMA, siendo Eleonora Harboure su presidente, ella y Nicolás nos dieron libertad para armar todo. Empezamos por el Reglamento, que llevó un buen tiempo. Nicolás consiguió excelentes premios en dinero, aportados por la Fundación YPF y esto se mantuvo unos años. El premio para el 1er puesto era el equivalente a aproximadamente a 750 dólares (y en la época de la competencia Paenza eran 1000).

El nombre de la prueba iba a ser Competencia Universitaria de Matemática Argentina, CUMA, pero ingeniosamente, Diego Sulca y Mauro Schilman, propusieron cambiar la U por una I, poniendo "InterUniversitaria" para lograr una palabra tan significativa como lo es CIMA, que hace directa referencia al gran desafío que nos proponen los problemas de la prueba.

El primer Coordinador o Presidente del Jurado fue Leandro Cagliero, y el resto del Jurado quedó integrado por Iván Angiono, Flavia Bonomo, Gabriela Jerónimo y Juan Pablo Rossetti, con colaboración sin figurar de Carlos D'Andrea y Daniel Penazzi, siendo el primer año esencial para formar bases sólidas de lo que vendría. Además, la organización de la CIMA era ejecutada por una Secretaría, originalmente a cargo de Marilina Carena y María Chara, que era fundamental para llevar a cabo la gran tarea que demandaba el certamen. La información actual se puede consultar en la página de la CIMA.

Más datos de la CIMA. La CIMA se ha llevado a cabo desde 2013 con interrupción solo en los años 2020 y 2021 por las restricciones de la cuarentena. En algunos años, la prueba llegó a tomarse en más de 15 sedes de Argentina. Además, la prueba de la CIMA ha sido utilizada para organizar certámenes análogos en otros países: al menos en 4 años en España, 3 años en Italia y actualmente en Uruguay; cabe aclarar que cada país hacía sus propias organización, corrección y premiación.

Una de las bases de la CIMA es que la conformación del Jurado debe tener rotación, tanto entre sus miembros como en su coordinación. Casi todos los años estuvo conformado por 6 miembros y, a lo largo de todos estos años, se fue renovando, cronológicamente, con las incorporaciones de: Martin Mereb, Mauro Subils, Jonathan Barmak, Diego Sulca, Carlos Di Fiore, Luis Ferroni y Rocío Díaz Martín.

La Secretaría de la CIMA también ha tenido movilidad. De ella se han hecho cargo siempre dos personas, además de María y Marilina, se incorporaron, cronológicamente, Mauricio Ramseyer, Erica Hinrichsen, María Inés López Pujato, Natalí Vansteenkiste, María Gracia Cornet y Lara Fernández.

Es importante destacar también la imprescindible colaboración de los delegados, que son quienes toman las pruebas en las distintas universidades, que son numerosos a lo largo del país.

El alma de la CIMA. Sin dudas lo son los más de 100 estudiantes que participan cada año de la prueba. Una de las cosas más lindas de esta competencia son las ideas plasmadas en las soluciones, a veces parciales, a veces completas, que presentan los participantes. Generalmente, un mismo problema es atacado con distintas herramientas matemáticas, inclusive de distintas áreas de la matemática. Si bien no son tantas las soluciones completas que hay, dada la alta dificultad de los problemas, si se observa lo hecho en las pruebas, se encuentran ideas brillantes, desarrollos notables, soluciones completas que a veces parecen escritas por matemáticos formados, en fin, una luz más de esperanza para la Matemática Argentina. Y por supuesto, lo más valioso, lo más elogiable, es el esfuerzo y la dedicación que ponen los participantes en pensar durante 5 horas los 6 problemas; esto es realmente lo que más importa y lo que produce una superación en cada uno de ellos. ¡Felicitaciones a todos los participantes!

¡Quiero un lindo problema para pensar! Seguramente este es el reclamo de muchos lectores de esta nota, que desde que empezaron a leer, están esperando que llegue un botón de muestra.

En la página web de la CIMA se encuentran todas las pruebas, pero no podemos terminar sin dejar un hermoso problema de geometría:

Problema número 5 de la CIMA de 2019

Los segmentos AB, BC, CD y DA son tangentes a la esfera E. Probar que los cuatro puntos de tangencia son coplanares.

Este problema admite distintas soluciones, acá mencionamos que una muy bonita se basa en el célebre (aunque a veces algo olvidado) *Teorema de Menelao*; se la puede ver en la página de la CIMA.

¡Salud CIMA!

Ir al índice general

NOTICIERO

ISSN 1514-9595 (web)

Distinciones y premios

Daniel Galicer

El Dr. Daniel Galicer es investigador especialista en Análisis Funcional y Complejo. Actualmente es Profesor Adjunto de la Universidad de Buenos Aires y Profesor Invitado de la Universidad de San Andrés. Es Investigador Independiente del CONICET y Prosecretario de la Unión Matemática Argentina.

Fue galardonado con el Premio Enrique Gaviola, en el área de la Matemática, otorgado por la Academia Nacional de Ciencias (junio 2024).

Emilio Lauret

El Dr. Emilio Lauret es especialista en Geometría espectral. Actualmente es Profesor Asociado de la Universidad Nacional del Sur e Investigador Independiente del CONICET.

Fue galardonado con el Premio Enrique Gaviola, en el área de la Matemática, otorgado por la Academia Nacional de Ciencias (junio 2024).

Betina Duarte

La Dra. Betina Duarte es especialista en Didáctica de la Matemática. Actualmente es Profesora Investigadora de La Universidad Pedagógica Nacional y es miembro de la Comisión de Educación de la UMA.

Fue nombrada Vicepresidenta de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) que es una comisión de la Unión Matemática Internacional (IMU), julio 2024.

Miguel Walsh

El Dr. Miguel Walsh es especialista en Teoría Ergódica y Teoría de Números. Actualmente es Profesor Titular de la Universidad de Buenos Aires e Investigador Principal del CONICET.

Fue galardonado con el Premio Reconocimiento de la Unión Matemática de América Latina y el Caribe (UMALCA), agosto 2024. Este premio distingue a personas que hayan realizado trabajos en matemáticas de excepcional calidad y que se encuentren trabajando de manera permanente en un país de la región.

Ir al índice general

NOTICIERO

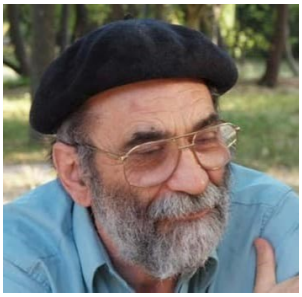
ISSN 1514-9595 (web)

Memoriales

Como comunidad matemática argentina lamentamos profundamente la pérdida de cuatro de nuestros queridos miembros. Quienes los conocieron y trabajaron con ellos extrañarán sus presencias, los diálogos, los encuentros. Sus pasos han dejado huellas no solo en sus sitios.

Alfredo González (junio 12, 1955 – mayo 11, 2024) fue un matemático marplatense, pionero y pilar del Departamento de Matemática de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Perteneció a la primera cohorte de la Licenciatura y fue el primero en obtener el título de Doctor en el área Ciencias Matemáticas en esa Casa de Estudios. Se jubiló como Profesor Asociado en 2022, tras 42 años de excepcional trayectoria docente.

Su entereza, entusiasmo y persistencia fueron cruciales para el desarrollo de la Matemática en Mar del Plata. Su permanente iniciativa y contacto con centros y colegas de varias partes del país, de Estados Unidos y de Canadá permitieron la formación de licenciados y doctores que lo recuerdan con mucho cariño. Siempre tenía una palabra de aliento y estaba disponible para quienes se acercaban a charlar con él y compartir alguna iniciativa.



Hernán Cendra (junio 11, 1943 – junio 13, 2024) fue un matemático salteño que desarrolló gran parte de su carrera en la Universidad Nacional del Sur, donde fue Vicedecano del Departamento de Matemática y reconocido como Profesor Extraordinario Consulto. Fue Investigador Principal del CONICET, Miembro Académico Correspondiente de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y Presidente de la Unión Matemática Argentina (2009–2011).

Además de su extensa contribución con especialistas de renombrados centros internacionales, interactuaba de forma fluida con el Instituto Balseiro y con la Universidad Nacional de La Plata. Especialista en Mecánica Geométrica, ha formado a numerosos investigadores y fue uno de los grandes impulsores en el país del área Físico-matemática.

Se caracterizaba por su gran generosidad, humildad y disponibilidad de escucha. Enfrentaba las adversidades con la calma de quien confía en que, a su tiempo, todo se resolverá de la mejor manera.

Juan Carlos Pedraza (noviembre 3, 1957 – agosto 1, 2024) fue un matemático porteño y Profesor Consulto de la Universidad de Buenos Aires. Contribuyó incansablemente al desarrollo y fortalecimiento del Ciclo Básico Común de esa universidad conduciendo el Área de Matemática del CBC, donde fue profesor desde sus inicios. Con la misma actitud se comprometió con la Olimpíada Matemática Argentina, la organización de ciclos de muestras de Juegos Matemáticos y la creación de la revista Q.e.d.

Juan Carlos era socio titular de la UMA, fue miembro fundador de la Comisión de Visibilidad de la UMA y subdirector de la Revista de Educación Matemática.

Tenía la enorme capacidad de acercar en forma lúdica y sencilla, problemas matemáticos a quienes no tenían el lenguaje formal de las ciencias.

María Cristina (Marita) Martín (octubre 4, 1957 – agosto 26, 2024) fue la primera graduada de la Licenciatura en Matemática de la Universidad Nacional de La Pampa, de la que después fue Directora del Departamento de Matemática y Decana de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Además de ser Profesora de esta Universidad, fue socia titular de la UMA y Profesora Titular de la Universidad Nacional del Sur.

Comprometida con su lugar de pertenencia, luego de hacer un posgrado en la Universidad de San Pablo (Brasil) y doctorarse en Universidad de Osaka (Japón), volvió a La Pampa, a fortalecer el área de Probabilidades y Estadística.

Desinteresadamente, siempre abogó y trabajó para ayudar a crecer tanto intelectual como profesionalmente a estudiantes y a colegas.

Ir al índice general

Noticiero de la Unión Matemática Argentina
http://www.union-matematica.org.ar/noticiero/
ISSN 1514-9595 (en línea)
Volumen 59, Número 2, 2024
noticiero@union-matematica.org.ar

Editora en Jefe

Silvia Lassalle (Universidad de San Andrés - CONICET)

Comité Editorial

- Marilina Carena (Universidad Nacional del Litoral - CONICET)
- Emilio Lauret (Universidad Nacional del Sur - CONICET)
- Victoria Paternostro (Universidad de Buenos Aires - CONICET)

Colaboraron en la edición de este número

- Lisi D'Alfonso
- Guillermo Henry
- Cristian Scarola
- Mariela Sued
- Leandro Zuberman