

Expositor: María Inés Lopez Pujato (UNR y Conicet, lpujato@fceia.unr.edu.ar)

Autor/es: Valeria Alejandra Leoni (UNR y Conicet, valeoni@fceia.unr.edu.ar); María Patricia Dobson (UNR, mpdobson@fceia.unr.edu.ar); María Inés Lopez Pujato (UNR y Conicet, lpujato@fceia.unr.edu.ar)

Dado un entero positivo  $k$  y un grafo simple  $G = (V, E)$ , una  $k$ -upla dominante en  $G$  es un subconjunto  $D$  de  $V$  tal que todo vértice perteneciente a  $V$  es adyacente a al menos  $k$  elementos de  $D$  o es un vértice de  $D$  que es adyacente a al menos  $k - 1$  elementos de  $D$ . El mínimo tamaño entre todas las  $k$ -uplas dominantes en  $G$  se denota por  $\gamma_{\times k}(G)$  [3].

Desde el punto de vista de la complejidad computacional de problemas de optimización, el problema de hallar una  $k$ -upla dominante de mínimo tamaño (para  $k$  fijo) es NP-difícil [5]. En la clase de los grafos arco-circulares, su complejidad no es conocida para  $k \geq 2$ . Para  $k = 1$ , en [4] se presenta un algoritmo eficiente que resuelve el problema en esta clase.

El objetivo es avanzar en el estudio de este problema sobre la clase de los grafos arco-circulares.

En un trabajo previo [2], hemos presentado un algoritmo eficiente que resuelve este problema en la clase de los grafos COP, para todo valor de  $k$  que no supere en más de 3 a la cantidad de vértices universales del grafo de entrada. Los grafos COP son arco-circulares y están definidos como aquellos para los cuales su matriz de vecindades cerradas tiene la propiedad de los 0's consecutivos por columnas, propiedad de matrices de entradas 0,1 definida por Tucker en [6].

Siguiendo nuestra línea de estudio, en el presente trabajo avanzamos sobre otra subclase de grafos arco-circulares, la de los grafos web. Un grafo web, denotado por  $W_n^m$  con  $m \geq 1$  y  $n > 2m + 1$ , es un grafo para el cual el conjunto de sus vértices es  $\{v_1, \dots, v_n\}$  y  $v_i v_j$  son adyacentes si y sólo si  $|i - j| \leq m$ , donde las adiciones se toman módulo  $n$  [7]. Estos grafos en particular verifican la propiedad de los 1's circulares por columnas [6].

En [1], utilizando un enfoque poliedral, se presentan una cota superior y una inferior para cada valor de  $k$  para el número  $\gamma_{\times k}(W_n^m)$ . Además se obtiene el valor exacto de  $\gamma_{\times 2}(W_n^m)$ .

Con otro tratamiento que se basa en la aritmética modular y en las propiedades de las matrices que definen a los grafos webs, en esta comunicación mostramos cómo hallar el valor exacto de  $\gamma_{\times k}(W_n^m)$  para todo valor de  $k$ , obteniéndose

$$\gamma_{\times k}(W_n^m) = \left\lceil \frac{kn}{2m + 1} \right\rceil,$$

donde  $n = c(2m + 1) + r$  y  $0 \leq r \leq 2m$ .

[1] Argiroffo, G., Escalante, M., Ugarte, M.E., *On the  $k$ -dominating set polytope of web graphs*, Electronic Notes in Discrete Mathematics **36** (2010), 1161–1168.

[2] Dobson, M.P., Leoni, V., Lopez Pujato, M.I., *Tuple domination on graphs with the consecutive-zeros property*, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, en prensa.

[3] Harary, F., and T. W. Haynes, *Double domination in graphs*, Ars Combin. **55** (2000), 201–213.

[4] Hsu, W.L., and K.H. Tsai, *Linear time algorithms on circular-arc graphs*, Inform. Process. Lett. **40**, 3 (1991), 123–129.

[5] Liao, C.S. and G. J. Chang,  *$k$ -tuple domination in graphs*, Inform. Process. Lett. **87**, 1 (2003), 45–50.

[6] Tucker, A. *Matrix characterizations of circular-arc graphs*, Pacific J. Math. **39.2** (1971), 535–545.

[7] Turner, J. *Point-symmetric graphs with a prime number of points*, J. Combin. Theory **3** (1967), 136–145.