

Expositor: Natalí Vansteenkiste (Universidad Nacional de Rosario, natali@fceia.unr.edu.ar)
 Autor/es: Erica Hinrichsen (Universidad Nacional de Rosario, ericah@fceia.unr.edu.ar); Natalí Vansteenkiste (Universidad Nacional de Rosario, natali@fceia.unr.edu.ar); Pablo Torres (Universidad Nacional de Rosario y CONICET, ptorres@fceia.unr.edu.ar)

Dado un grafo $G = (V, E)$ y vectores $\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u} \in \mathbb{Z}_+^V$ con $\ell \leq \mathbf{u}$, decimos que una asignación $f : V \rightarrow \mathbb{Z}_+$ es un $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamiento de G si para todo $v \in V$, se verifica:

$$\ell(v) \leq f(v) \leq u(v) \quad \text{y} \quad f(N[v]) \leq k(v)$$

donde $N[v]$ denota la vecindad cerrada de v .

El Problema de Empaquetamiento Generalizado (**PEG**) consiste en determinar el número de $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamiento de G , definido como

$$L_{\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u}}(G) = \max \left\{ \sum_{v \in V} f(v) : f \text{ es un } (\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u}) \text{-empaquetamiento} \right\}.$$

Este problema tiene como instancias particulares a la mayor parte de las diferentes variaciones de problemas de empaquetamiento de grafos estudiados en la literatura. Por ejemplo, los k -limited packings [3] corresponden al caso $k(v) = k$, $\ell(v) = 0$ y $u(v) = 1$ para todo $v \in V$. Si $\ell(v) = 0$ y $u(v) \in \{0, 1\}$ para todo $v \in V$, la asignación f se denomina $(\mathbf{k}, \mathcal{A})$ -limited packings [1], donde $\mathcal{A} = \{v \in V : u(v) = 1\}$; y si $k(v) = u(v) = k$, $\ell(v) = 0$ para todo $v \in V$, tenemos las $\{k\}$ -packing functions [2].

En este trabajo obtenemos una fórmula que permite calcular el número de $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamiento de la unión y el join de dos grafos, en función de los parámetros de los grafos involucrados. A partir de este resultado, el estudio del problema en grafos generales puede reducirse a grafos modulares (conexos con complementos conexos).

Analizamos el comportamiento del parámetro en grafos arañas y quasi arañas, grafos modulares de varias familias de grafos con pocas P_4 's. A partir de los resultados obtenidos se deriva un algoritmo lineal para el **PEG** sobre las instancias particulares correspondientes a las $\{k\}$ -packing function en grafos P_4 -tidy. Para el caso \mathbf{k} general y $\mathbf{u} \geq \mathbf{k}$, obtuvimos fórmulas para el número de $(\mathbf{k}, \ell, \mathbf{u})$ -empaquetamiento de grafos arañas flacas y resultados parciales para grafos arañas gordas.

Referencias

- [1] M. P. Dobson, V. Leoni, G. Nasini, *The k -limited packing and k -tuple domination problems in strongly chordal, P_4 -tidy and split graphs*, Electronic Notes in Discrete Mathematics 36 559–566, 2010.
- [2] E. Hinrichsen, V. Leoni, $\{k\}$ -packing functions in graphs. Lecture Notes in Computer Science, Springer, Heidelberg , pp. 325–335, 2014.
- [3] R. Gallant, G. Gunther, B. Hartnell, D. Rall, *Limited packings in graphs*, Discrete Appl. Math. 158 (12), 1357–1364, 2010.