Geometrías no hereditarias

Expositor: Silvia Tondato (CeMaLF, Dto. de Matemática Facultad de Ciencias Exactas UNLP., tondato@mate.unlp.edu.ar)
Autor/es: Silvia Tondato (CeMaLF, Dto. de Matemática Facultad de Ciencias Exactas UNLP., tondato@mate.unlp.edu.ar); Marisa Gutierrrez (Conicet, CeMaLF, Dto. de Matemática Facultad de Ciencias Exactas UNLP., marisa@mate.unlp.edu.ar); Fábio Protti (Instituto de Computación, Universidad Federal Fluminense., fabio@ic.uf.br)

Un *espacio de convexidad* de un grafo es un par $(G, \mathcal{M})$ siendo G un grafo conexo con $V(G) \neq \emptyset$ y $\mathcal{M}$ una colección de subconjuntos de $V(G)$, conteniendo a $\emptyset$ y V, cerrada por intersecciones y cumpliendo: si $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{M}$ ordenado por inclusión $\bigcup_{D \in \mathcal{D}} D \subseteq \mathcal{M}$. Cada elemento de $\mathcal{M}$ se denomina *convexo* e induce un subgrafo conexo de G.

Una *geometría convexa* es un espacio de convexidad que satisface: *Cada convexo es cápsula convexa de sus extremos.*

Las convexidades más naturales definidas en un grafo G son aquellas que surgen de un sistema de caminos $\mathcal{P}$ en el grafo G.

Un $A \subseteq V(G)$ es $\mathcal{P} -$ *convexo* si para todo par de vértices u y v de A resulta $\mathcal{P}(u, v) \subseteq A$, siendo $\mathcal{P}(u, v)$ el conjunto de todos los vértices de caminos de $\mathcal{P}$ uniendo u y v.

Se sabe que los grafos cordales son una geometría respecto de la convexidad definida por los caminos inducidos, que los grafos Ptomatic son una geometría respecto de la convexidad definida por caminos mínimos, que los grafos de intervalos son una geometría respecto de la convexidad definida por los caminos toll, que los grafos de intervalos propios son una geometría respecto de la convexidad definida por los caminos toll débiles y que los grafos débilmente bipolarizables(grafos libres de el grafo casa, el grafo A, el grafo domino, y los ciclos inducidos de longitud mayor o igual a 5) son una geometría respecto de caminos inducidos de longitud mayor o igual a 3.

Todas las clases de grafos antes mencionadas son hereditarias. De esta última observación surge naturalmente la siguiente pregunta: toda convexidad definida por un sistema de caminos define una clase de grafos hereditaria?

En este trabajo se presentan resultados sobre geometrías respecto de la convexidad definida por caminos inducidos de longitud menor o igual a k siendo k un número natural mayor a 2. En particular, se prueba que esas geometrías no son heriditarias y que si G es una geometría respecto de caminos inducidos de longitud menor o igual a k entonces G es cordal de diámetro menor o igual a k.