# Dominios en Quasivariedades Filtrales

Expositor: Miguel Campercholi (FAMAF - CONICET, mcampercholi@yahoo.com)
Autor/es: Miguel Campercholi (FAMAF - CONICET, mcampercholi@yahoo.com)

Sean $\mathbf{A} \leq \mathbf{B}$ estructuras, y $\mathcal{K}$ una clase de estructuras. Un elemento $b \in B$ is *dominado* por $\mathbf{A}$ relativo a $\mathcal{K}$ si para todo $\mathbf{C} \in \mathcal{K}$ y todo par de homomorfismos $g, g' : \mathbf{B} \to \mathbf{C}$ que coinciden en $A$, vale que $gb = g'b$. Sea $\mathcal{D}_{01}$ la variedad de reticualdos distributivos acotados, sea $\mathbf{B} := \mathbf{2} \times \mathbf{2}$, y sea $\mathbf{A}$ el subreticulado de $\mathbf{B}$ con universo $\{\langle 0,0\rangle, \langle 0,1\rangle, \langle 1,1\rangle\}$. Como los homomorfismos en $\mathcal{D}_{01}$ llevan pares de elementos complementados en pares de elementos complementados y los complementos son únicos, se sigue que $\langle 1,0\rangle \in \mathrm{dom}_{\mathbf{B}}^{\mathcal{K}}\mathbf{A}$. La propiedad crucial utilzada en el argumento anterior es que $\langle 1,0\rangle$ es generado por $A$ si se añade la operación de complementación a $\mathbf{B}$. Ya que esta operación (parcial) está definida en cada estructura de $\mathcal{D}_{01}$ por la conjunción de fórmulas atómicas

$$\varphi(x,y) := x \wedge y = 0 \,\&\, x \vee y = 1,$$

sabemos que es preservada por homomorfismos. Esta situación puede generalizarse de la siguiente manera. Una quasivariedad $\mathcal{Q}$ es *filtral* si es semisimple, la clase de sus álgebras simples es universal, y es de congruencias distributivas. Por ejemplo, $\mathcal{D}_{01}$ is una quasivariedad filtral. En la charla presentaremos el siguiente resultado y algunas de sus aplicaciones.

**Teorema.** *Sea $\mathcal{Q}$ una quasivariedad filtral y sea $\mathcal{M}$ su clase de álgebras simples. Supongamos que $\mathcal{M}$ tiene la propiedad de amalgamación y que $\mathcal{M}_{ec}$ (la clase de álgebras existencialmente cerradas en $\mathcal{M}$) es axiomatizable. Entonces, para todo $\mathbf{A} \leq \mathbf{B} \in \mathcal{Q}$ y para todo $b \in B$ las siguientes condiciones son equivalentes:*

1. *$b \in \mathrm{dom}_{\mathbf{B}}^{\mathcal{Q}}\mathbf{A}$*
2. *There are a conjunction of atomic formulas $\delta(\bar{x}, y)$ and $\bar{a} \in A$ such that:*
   - *$\delta(\bar{x}, y)$ defines a function in $\mathcal{Q}$*
   - *$\mathbf{B} \vDash \delta(\bar{a}, b)$*
   - *$\mathcal{M}_{ec} \vDash \forall\bar{x}\exists y\, \delta(\bar{x}, y)$.*