Solución de ecuaciones en derivadas parciales de Poisson y Klein-Gordon con condiciones de Neumann como problema generalizado de momentos bidimensional.

Expositor: María Beatriz Pintarelli (Dep. de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas , UNLP y Fac. de Ingenieria , UNLP, mariabpintarelli@gmail.com)
Autor/es: María Beatriz Pintarelli (Dep. de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas , UNLP y Fac. de Ingenieria , UNLP, mariabpintarelli@gmail.com)

Una ecuacion en derivadas parciales de Poisson de la forma $w_{xx} + w_{tt} = f(x,t)$ o de Klein-Gordon de la forma $w_{xx} - w_{tt} = f(x,t)$ donde la funcion desconocida $w(x,t)$ es definida en $E = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2)$ o $E = (a_1, b_1) \times (a_2, \infty)$ bajo las condiciones de Neumann pueden ser resueltas numericamente por aplicar tecnicas de problema inverso de momentos.
Especificamente, por ejemplo, resolver la ecuacion

$$w_{xx} + w_{tt} = f(x,t)$$

con dominio

$$E = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2)$$

y condiciones

$$\begin{aligned} w_x(a_1,t) &= k_1(t) \qquad & w_x(b_1,t) &= k_2(t) \\ w_t(x,a_2) &= h_1(t) \qquad & w_x(x,b_2) &= h_2(t) \\ w(x,a_2) &= s_1(t) \qquad & w(x,b_2) &= s_2(t) \end{aligned}$$

es equivalente a resolver la ecuacion integral

$$\iint_E w(x,t)u(m,n,x,t)dA = \frac{\varphi(m,n)}{\left[-\left(\frac{\pi m}{b_1}\right)^2 + t^2\right]}$$

donde

$$u(m,n,x,t) = cos\left(\frac{m\pi x}{b_1}\right) Exp[-nt]$$

es una funcion auxiliar y $\varphi(m,n)$ depende de las condiciones dadas y de $f(x,t)$.
Esta ecuacion integral puede ser resuelta numericamente por aplicar tecnicas de problema inverso de momentos, y obtenemos una solución aproximada para $w(x,t)$.
Analogamente para el caso de una ecuacion de Klein-Gordon.
Se ilustra el metodo con ejemplos.