

Expositor: Jorge Faya (Universidad Austral de Chile, jorge.faya@uach.cl)

Autor/es: Jorge Faya (Universidad Austral de Chile, jorge.faya@uach.cl); Mónica Clapp (Universidad Nacional Autónoma de México, monica.clapp@im.unam.mx)

Estudiamos el sistema elíptico crítico débilmente acoplado

$$\begin{cases} -\Delta u = \mu_1 |u|^{2^*-2} u + \lambda \alpha |u|^{\alpha-2} |v|^\beta u & \text{in } \Omega, \\ -\Delta v = \mu_2 |v|^{2^*-2} v + \lambda \beta |u|^\alpha |v|^{\beta-2} v & \text{in } \Omega, \\ u = v = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

en donde Ω es un dominio acotado suave en \mathbb{R}^N , $N \geq 3$, $2^* := \frac{2N}{N-2}$ es el exponente crítico de Sobolev, $\mu_1, \mu_2 > 0$, $\alpha, \beta > 1$, $\alpha + \beta = 2^*$ y $\lambda \in \mathbb{R}$.

Este tipo de sistemas surgen, por ejemplo, en la teoría de Hartree-Fock para dobles condensados, esto es, condensados de Bose Einstein de dos diferentes estados hiperfinos que se superponen en el espacio. El signo de μ_i refleja la interacción de las partículas dentro de cada estado. Esta interacción es atractiva si μ_i es positivo. El signo de λ refleja la interacción de las partículas dentro de cada estado. Esta interacción es repulsiva si $\lambda < 0$ y es atractiva si $\lambda > 0$. Si los condensados se repelen, estos se separan espacialmente. Este fenómeno es llamado separación de fase y ha sido descrito por E. Timmermans.

Los sistemas elípticos débilmente acoplados han atraído considerablemente la atención en los últimos años. Existe una extensa literatura sobre sistemas subcríticos, especialmente el sistema cúbico (donde $\alpha = \beta = 2$ y 2^* se reemplaza por 4) en dimensiones $N \leq 3$. En contraste, hay pocos resultados para sistemas críticos en dimensiones $N > 3$.

En esta charla presentaremos resultados de existencia y multiplicidad de soluciones completamente no triviales para el sistema crítico (1) en dominios simétricos en cada dimensión $N \geq 3$, que incluyen dominios con simetrías finitas. También mostramos que la solución simétrica de energía mínima exhibe separación de fase a medida que λ tiende a $-\infty$.

Este es un trabajo en conjunto con la Profesora Mónica Clapp.