FLUJO HIDRODINÁMICO UNIDIMENSIONAL TRANSITORIO CON UN FONDO MÓVIL

Expositor: Verónica Moreno (Universidad Nacional de Tres de Febrero, vmoreno@untref.edu.ar)

Autor/es: Verónica Moreno (Universidad Nacional de Tres de Febrero, vmoreno@untref.edu.ar); Pablo Jacovkis (Universidad Nacional de Tres de Febrero, pjacovkis@untref.edu.ar)

En este trabajo se analiza el flujo hidrodinámico inestable sobre canales rectangulares con superficie libre y fondo móvil. Este flujo se rige por un sistema cuasilineal de ecuaciones diferenciales parciales de orden 3. Demostramos que, bajo supuestos bastante generales, el sistema es estrictamente hiperbólico para todos los tipos de flujo (subcrítico, crítico, supercrítico, transicional) y la matriz del sistema nunca es singular. Una transición del flujo de subcrítico a supercrtíco y de supercrítico a subcrítico es factible sin cambiar el número de condiciones de borde en cada punto extremo. Deben proporcionarse dos condiciones de borde en el punto extremo aguas arriba y una en el punto extremo aguas abajo: se aplica un esquema de diferencia finita en diferentes casos a modo de ejemplo; La simulación modela el fenómeno de antiduna.

Cuando el fondo es móvil el flujo es modelado por las siguientes ecuaciones

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \mathbf{A}(\mathbf{w})\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} = \mathbf{c}(\mathbf{w}), \tag{1}$$

dodne $\mathbf{w} = (u(t,x), h(t,x), e(t,x))$ es el vector de funciones desconocidas, $\mathbf{A}(\mathbf{w})$ es la matriz

$$\mathbf{A}(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} u & g & g \\ h & u & 0 \\ G_u & G_h & 0 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

y $\mathbf{c}(\mathbf{w}) = (\frac{-C_b u\|u\|}{h}, 0, 0)^t$. Las condiciones iniciales son

$$\mathbf{w}(t_0, x) = \mathbf{w}_0(x). \tag{3}$$

Donde u es la velocidad, h es la altura del agua y e es la elevación del fondo medida desde un lugar fijo. Para G se usa la ecuación de transporte de Meyer-Peter and Müller :

$$G(u,h) = \begin{cases} \chi(|\tau| - \tau_0)^{3/2} sign(\tau) & , \text{ if } |\tau| > \tau_0 \\ 0 & , \text{ if } |\tau| \leq \tau_0 \end{cases} \tag{4}$$

Vamos a introducir el número de Froude $F = \frac{u}{\sqrt{gh}}$; los flujos subcriticos, criticos y supercriticos corresponden a $|F| < 1$, $|F| = 1$,$|F| > 1$, respectivamente. Decimos que ocurre una transición cuando el flujo pasa de subcritico a supercritico, o de supercritico a subcritico.

Asumiendo que $|\tau| > \tau_0$, si F satisface $\frac{1}{F^2} \geq \frac{gG_u}{6u^2}$, y $u > 0$ luego el problema (1), (3), bajo (4),siempre tendrá dos condiciones de borde en el extremo izquierdo y una en el extremo derecho.

Para los ejemplos numéricos adoptamos el método de Preissmann, este método fue aplicado en un ejemplo de cada uno de los siguientes casos:

1. Transición de un régimen subcritico a uno supercritico.

2. Un régimen subcritico sin transición.

3. Un régimen supercritico estacionario.

4. Un fondo con una antiduna.