Topología controlada y conjeturas de isomorfismo en K-teoría

Expositor: Gisela Tartaglia (Depto. Mate. / CMaLP - UNLP - CONICET, gtartaglia@mate.unlp.edu.ar)

Autor/es: Gisela Tartaglia (Depto. Mate. / CMaLP - UNLP - CONICET, gtartaglia@mate.unlp.edu.ar); Eugenia Ellis (IMERL Fac. Ing.- UdelaR, Montevideo, eellis@fing.edu.uy); Emanuel Rodríguez Cirone (Depto. Mate.- FCEyN - UBA, ercirone@dm.uba.ar); Santiago Vega (Depto. Mate. - FCEyN - UBA - IMAS - CONICET , svega@dm.uba.ar)

Sean R un anillo, G un grupo, $\mathcal{F}$ una familia de subgrupos y $E_{\mathcal{F}}G$ el G-CW-complejo universal con isotropía en $\mathcal{F}$. La conjetura de isomorfismo identifica, mediante un morfismo de ensamble, la K-teoría del anillo de grupo $\mathbf{K}(RG)$ con una teoría de homología equivariante evaluada en $E_{\mathcal{F}}G$. Una construcción de esta teoría de homología se puede hacer utilizando topología controlada. En este contexto la conjetura afirma que el morfismo de ensamble

$$\partial_{\mathcal{F}_n} : K_{n+1}(\mathcal{D}^G(E_{\mathcal{F}}G)) \to K_n(RG)$$

es un isomorfismo. Para $\mathcal{F} = \mathcal{V}cyc$ la familia de subgrupos virtualmente cíclicos, la conjetura se conoce como *conjetura de Farrell-Jones* y ha sido probada para una gran clase de grupos.

En este trabajo consideramos los casos en que $G = \langle t \rangle$ es el grupo cíclico infinito y $\mathcal{F}$ es la familia trivial, y $G = D_\infty$ es el grupo diedral infinito con la familia de subgrupos finitos. En ambos casos $\mathbb{R}$ es un modelo para $E_{\mathcal{F}}G$ y su métrica nos permite dar una noción de tamaño a los morfismos de RG-módulos. Mostraremos cómo utilizar técnicas de control para analizar la suryectividad del morfismo de ensamble $\partial_{\mathcal{F}_1}$. En el caso en que $G = \langle t \rangle$ el morfismo de ensamble se identifica con el morfismo de Bass-Heller-Swan

$$K_0(R) \oplus K_1(R) \to K_1(R[t^{-1}, t]),$$

que resulta un isomorfismo para R regular.