

GRUPOS DE HOLONOMÍA DE SOLVARIEDADES COMPACTAS PLANAS

Expositor: Alejandro Tolcachier (FaMAF-UNC, atolcachier@famaf.unc.edu.ar)

Autor/es: Alejandro Tolcachier (FaMAF-UNC, atolcachier@famaf.unc.edu.ar)

Las solvariedades, es decir, variedades compactas obtenidas como cocientes de grupos de Lie solubles simplemente conexos por retículos (es decir subgrupos discretos), constituyen una clase importante de variedades. Es sabido que algunas de estas solvariedades admiten una métrica riemanniana plana inducida por una métrica riemanniana invariante a izquierda plana en el grupo de Lie asociado. En efecto, Milnor caracterizó los grupos de Lie que admiten una métrica invariante a izquierda plana y probó que su álgebra de Lie se descompone como un producto semidirecto de una subálgebra abeliana y un ideal abeliano, donde la acción es por endomorfismos antisimétricos. Algunos grupos de Lie simplemente conexos de esta clase admiten retículos, por lo que las correspondientes solvariedades admiten una métrica riemanniana plana y constituyen así una clase particular de variedades compactas planas. En particular, una tal solvariedad es isométrica a un cociente compacto de la forma \mathbb{R}^n/Γ para cierto subgrupo discreto Γ de las isometrías de \mathbb{R}^n , y su grupo fundamental es isomorfo a Γ . Dichos subgrupos fueron caracterizados por los tres teoremas clásicos de Bieberbach y consecuentemente se llaman grupos de Bieberbach. En particular, un grupo de Bieberbach Γ admite un único subgrupo normal abeliano maximal Λ de índice finito. Más aún, el grupo finito Γ/Λ se identifica con la holonomía riemanniana de la variedad compacta plana. L. Auslander y M. Auslander probaron que el grupo de holonomía de una solvariedad compacta es abeliano. La charla estará enfocada a probar la recíproca, es decir que todo grupo abeliano finito se realiza como el grupo de holonomía de una solvariedad compacta plana, para lo cual daremos una construcción bien explícita, usando la caracterización de Milnor y un criterio dado por Bock sobre la existencia de retículos en grupos de Lie casi abelianos. También daremos una prueba elemental del resultado de Auslander. Finalmente comentaremos aspectos sobre dimensiones bajas y la dimensión mínima en la que podemos realizar a un grupo abeliano finito como holonomía de una solvariedad plana. Esta charla es parte de los resultados de mi trabajo final de licenciatura, bajo la dirección del Dr. Adrián Andrada.