Funciones esféricas en grupos finitos.

Expositor: María Ines Pacharoni (FaMAF- Univ. Nac. de Cordoba, inespacharoni@gmail.com)
Autor/es: María Ines Pacharoni (FaMAF- Univ. Nac. de Cordoba, inespacharoni@gmail.com); Carmen Blanco (FaMAF- Univ. Nac. de Cordoba, cblanco@famaf.unc.edu.ar); Juan A. Tirao (FaMAF- Univ. Nac. de Cordoba, tirao@famaf.unc.edu.ar)

Dado G un grupo finito y un K subgrupo de G introducimos la noción de función esférica (a valores matriciales) de cualquier K-tipo $\delta \in \hat{K}$. Si V un espacio vectorial de dimensión finita, decimos que $\Phi : G \longrightarrow \mathrm{End}(V)$ es una función esférica de G de tipo π, si $\Phi(e) = I$ y satisface la ecuacion funcional

$$\Phi(x)\Phi(y) = \frac{1}{|K|} \sum_{k \in K} \chi_\pi(k^{-1})\Phi(xky), \qquad x, y \in G.$$

La transformada de Fourier en Φ establece una relación entre funciones esféricas (irreducibles) de tipo δ y representaciones (irreducibles) del álgebra $A_\delta[G] = \{f \in A[G] : \bar{\chi}_\delta * f = f * \bar{\chi}_\delta = |K|f\}$, donde $A[G]$ denota el álgebra de grupo de G, con el producto de convolución.

Esta relación nos permite obtener, entre otros las siguientes caracterizaciones de funciones esféricas.

Teorema 1 $\Phi : G \to \mathrm{End}(V)$ *es una función esférica de tipo* δ *si y sólo si*

(i) $\Phi(e) = I$*,*

(ii) $\Phi(k_1 g k_2) = \Phi(k_1)\Phi(g)\Phi(k_2)$ *para todo* $k_1, k_2 \in K$*,* $g \in G$*,*

(iii) $[D_f\Phi](g) = \Phi(g)[D_f\Phi](e)$ *para todo* $f \in A[G]^K$*. donde* $[D_f\Phi] = \Phi * \check{f}$

(iv) La restricción $\Phi_{|_K}$ *como representación de* K *es equivalente a una suma directa de copias de* δ*.*

Teorema 2 *Sea* (V, ρ) *una representación irreducible de* G *que contiene al* K*-tipo* δ*. Sea* P_δ *la proyección ortogonal a la* δ*-componente isotípica. Entonces* $\Phi(g) = P_\delta \rho(g) P_\delta$*,* $g \in G$*, eis una función esférica irreducible de* G *de tipo* δ*. Recíprocamente, toda función esférica irreducible del par* (G, K) *se obtiene de esta manera.*