

Pablo Fekete

Universidad Nacional de Rosario, Argentina

fekete@fceia.unr.edu.ar

En este trabajo avanzamos en el estudio de la propiedad poliedral de 1-persistencia sobre la relajación clique del poliedro de conjuntos estables de un grafo G , $\text{QSTAB}(G)$.

En general, un poliedro $P \subseteq [0, 1]^n$ tiene la propiedad de 1-persistencia si, para todo $c \in \mathbb{R}^n$ y toda solución óptima x^* del problema lineal $\max\{cx : x \in P\}$, existe una solución óptima entera y^* cuyas componentes satisfacen que $y_j^* = 1$ si $x_j^* = 1$.

La relajación por aristas del poliedro de conjuntos estables, $\text{FRAC}(G)$, satisface esta propiedad para todo grafo G —y también aún la versión original más fuerte de la misma, llamada *persistencia* [1]—, pero no ocurre así con la relajación clique. Llamando $\mathcal{Q}$ a la familia de grafos G tales que $\text{QSTAB}(G)$ cumple la propiedad de 1-persistencia, sabemos que la operación de borrado de un nodo del grafo preserva la pertenencia a esta familia. Esto motiva una búsqueda de una caracterización de $\mathcal{Q}$ mediante subestructuras prohibidas minimales.

Decimos que un grafo G es $\text{mn}\mathcal{Q}$ si G no pertenece a $\mathcal{Q}$, pero todo subgrafo inducido propio sí pertenece a la familia. En trabajos previos ([2,3]) identificamos diversas familias infinitas de grafos $\text{mn}\mathcal{Q}$ asociadas a agujeros impares y sus complementos, los cuales constituyen las subestructuras prohibidas clásicas para la perfección.

Con el objetivo de profundizar la comprensión estructural de los grafos fuera de $\mathcal{Q}$, analizamos el comportamiento de esta familia frente a operaciones de modificación en grafos. En particular analizamos variantes específicas del *stretching de un nodo* y la *subdivisión de una arista*, operaciones conocidas de la literatura, y probamos que si G no pertenece a $\mathcal{Q}$, todo grafo obtenido de G tras alguna de estas operaciones tampoco pertenece a $\mathcal{Q}$.

Estos resultados ofrecen un mecanismo sistemático para generar y analizar nuevas clases de grafos fuera de $\mathcal{Q}$, constituyendo un paso clave hacia la identificación de nuevos grafos $\text{mn}\mathcal{Q}$ y la caracterización completa de la familia.

Trabajo en conjunto con Diego Delle Donne (ESSEC Business School, France), Mariana Escalante (Universidad Nacional de Rosario y CONICET, Argentina) y Lucía Moroni (Universidad Nacional de Rosario y CONICET, Argentina).

Referencias

- [1] Rodríguez-Heck, E., Stickler, K., Walter, M., Weltge, S. “Persistency of Linear Programming Relaxations for the Stable Set Problem.” In: Bienstock D., Zambelli G. (eds) Integer Programming and Combinatorial Optimization. IPCO 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12125. Springer, Cham.
- [2] Delle Donne, D., Escalante, M., Fekete, P., Moroni, L. “1-persistency of the clique relaxation of the stable set polytope.” Combinatorial Optimization. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 14594 (2024), pp. 71–84.
- [3] Delle Donne, D., Escalante, M., Fekete, P., Moroni, L. “The 1-persistency of the clique relaxation of the stable set polytope: a focus on some forbidden structures.” Discrete Applied Mathematics, Vol. 387, (2026), pp. 37–56.