

Valentín Andrada

UNLP, Argentina

vandrada@mate.unlp.edu.ar

Las construcciones twist de una clase de álgebras tienen sus orígenes en el trabajo de Kalman de 1958, en donde se representa un retículo distributivo acotado dentro de un álgebra de De Morgan mediante la construcción

$$A \mapsto K(A) = \{(a, b) : a \wedge b = 0\}$$

en donde tenemos disponible una negación involutiva natural $(a, b) \mapsto (b, a)$.

Luego Cignoli, en 1986, extiende la representación a un functor $K : BDL \rightarrow Kleene_c$ junto con su adjunto a izquierda, y muestra que la adjunción se restringe a la adjunción Heyting-Nelson, demostrada de forma independiente por Vakarelov-Fidel. La construcción para retículos residuados la presentaron C. Tsinakakis y A. M. Wille en 2006, restringida al caso conmutativo e integral en 2014 por Busaniche-Cignoli. Aún cuando no se encuentra una definición unificadora de construcción twist, en todos los ejemplos surge el patrón de que el orden en $K(A) \subseteq A \times A$ es la restricción de $\leq_A \times \leq_A^{op}$, que K es pleno y fiel (la counidad ϵ es un isomorfismo), y en muchos la condición que define el conjunto K es definible por una conjunción finita de ecuaciones.

Motivados por este patrón, e inspirados por el trabajo de T. Moraschini, partimos de una variedad adecuada y presentaremos una familia parametrizada de construcciones twist, construimos explícitamente el adjunto a izquierda C (vía un término idempotente), el cual a su vez tiene adjunto a izquierda F (subálgebra generada por $(a, 0)$). Se tiene que $Con(K(A)) \cong Con(A)$ y $Con(C(B)) \cong Con(B)$, se caracteriza la imagen esencial de K vía una condición de tipo (CK), y resulta que se transfieren y reflejan propiedades metalógicas entre las clases de álgebras, entre ellas la propiedad de extensión de congruencias y la propiedad de amalgamación. Finalmente, mostramos cómo la construcción engloba casos conocidos de construcciones twist.

Trabajo en conjunto con José Luis Castiglioni (UNLP), William Zuluaga Botero (UNICEN).

Referencias

- [1] Kalman, J. A. (1958). Lattices with involution. Transactions of the American Mathematical Society, 87, 485-491.
- [2] Vakarelov, D. (1977). Notes on N-lattices and constructive logic with strong negation. Studia Logica, 36(1-2), 109-125.
- [3] Fidel, M. M. (1978). An algebraic study of a propositional system of Nelson. En Mathematical Logic, Proceedings of the First Brazilian Conference, Campinas 1977 (pp. 99-112). Marcel Dekker.
- [4] Cignoli, R. (1986). The class of Kleene algebras satisfying an interpolation property and Nelson algebras. Algebra Universalis, 23, 262-292.
- [5] Tsinakakis, C., Wille, A. M. (2006). Minimal Varieties of Involutive Residuated Lattices. Studia Logica, 83(1-3), 407-423.
- [6] Busaniche, M., Cignoli, R. (2014). The subvariety of commutative residuated lattices represented by twist-products. Algebra Universalis, 71(1), 5-22.
- [7] Castiglioni, J. L., Celani, S. A., San Martín, H. J. (2017). Kleene algebras with implication. Algebra Universalis, 77(4), 375-393.
- [8] Moraschini, T. (2018). A logical and algebraic characterization of adjunctions between generalized quasi-varieties. Journal of Symbolic Logic, 83(3), 899-919.
- [9] Aglianò, P., Marcos, M. A. (2022). Varieties of K-lattices. Fuzzy Sets and Systems, 442, 222-248.