

PRODUCTOS DE NAGATA DE MÓDULOS A IZQUIERDA SOBRE ÁLGEBRAS BASADAS EN IMPLICACIÓN

Fernando Blancá

Instituto de Ciencias de la Computación (UBA-CONICET), Argentina
fernandodblanca@gmail.com

La idealización de un bimódulo $\mathbf{M}$ sobre un anillo $\mathbf{R}$ es una construcción clásica introducida por Nagata [2], que produce un anillo $\mathbf{I}$ en el cual $\mathbf{M}$ se realiza como un ideal nilpotente. El grupo aditivo de $\mathbf{I}$ es la suma directa de los grupos aditivos de $\mathbf{R}$ y $\mathbf{M}$, y la multiplicación en $\mathbf{I}$ se define mediante

$$\langle a, x \rangle \cdot \langle b, y \rangle := \langle a \cdot b, a * y + x * b \rangle,$$

para $a, b \in \mathbf{R}$ y $x, y \in \mathbf{M}$, donde $*$ denota las acciones izquierda y derecha de $\mathbf{R}$ sobre $\mathbf{M}$.

Puesto que $\mathbf{M}$ puede identificarse dentro de $\mathbf{I}$ con el ideal formado por los elementos de la forma $\langle 0, x \rangle$, la construcción de idealización permite extender resultados sobre ideales a módulos (véase [1] para más detalles).

Inspirados por el trabajo reciente de Přenosil y Tsinakis [3], desarrollamos la teoría de los productos de Nagata (restringidos) sobre módulos (a izquierda). Definiendo apropiadamente una categoría de semi-grupos parcialmente ordenados (llamados *posemigrupos de Nagata*), probamos que dicha asignación de módulos a productos de Nagata es funtorial y tiene adjunto a izquierda. Con objetivo de aplicar dicha adjunción al estudio de *estructuras twist*, analizamos los módulos obtenidos a partir de *pares twistables de posemigrupos*, la categoría cuyos objetos son posemigrupos que capturan a los productos de Nagata de tales módulos particulares (llamados *posemigrupos de Nagata con negación fuerte* y *productos twist* respectivamente) y la existencia de adjunto a izquierda para tal asignación de pares twistables con sus productos twist. Finalmente, mostramos cómo esta última construcción se relaciona con trabajo reciente sobre estructuras twist asociadas a álgebras basadas en el conectivo lógico de implicación $\rightarrow$.

Trabajo en conjunto con Noemí Lubomirsky (Centro de Matemática de La Plata, Argentina) y Ricardo O. Rodríguez (Instituto de Ciencias de la Computación, Argentina).

Referencias

- [1] Anderson D, Winders M, Idealization of a module. *Journal of Commutative Algebra*, 1(1):3-56 (2009).
- [2] Nagata M, *Local Rings*. Interscience Publishers (1962).
- [3] Přenosil A, Tsinakis C, Nagata products of bimodules over residuated lattices. arxiv.org/abs/2505.11479 (2025).