

CONTROL ÓPTIMO EN UN MODELO EPIDEMIOLÓGICO DE TIPO SIR CON AISLAMIENTO Y VACUNACIÓN

Mariana Inés PRIETO

Universidad Nacional del Sur, Argentina
miprieto@uns.edu.ar

En esta charla presentaremos un problema de control óptimo motivado por la gestión de una epidemia en un escenario donde se dispone simultáneamente de dos tipos de intervenciones: el aislamiento, representado por un número de reproducción variable en el tiempo $\sigma(t) \in [\sigma_s, \sigma_f]$ que puede ajustarse entre un estado de cuarentena estricta σ_s y uno de ausencia de restricciones σ_f ; y la vacunación $v(t) \in [0, v_M]$ aplicada sobre la población susceptible. Siguiendo el modelo compartimental clásico introducido por Kermack y McKendrick [1], la dinámica de susceptibles $x(t)$ e infectados $y(t)$ está dada por el sistema

$$\begin{aligned}x'(t) &= -\gamma \sigma(t) x(t) y(t) - v(t) x(t), \\y'(t) &= \gamma \sigma(t) x(t) y(t) - \gamma y(t),\end{aligned}$$

con condiciones iniciales dadas, $(x(t), y(t)) \in D = \{(x, y) : x > 0, y > 0, x + y \leq 1\}$ y $\gamma > 0$.

El objetivo es hallar los controles σ y v que minimicen el funcional

$$J(x, y, \sigma, v) := \int_0^T c_y y(t) dt + \int_0^T c_v v(t) dt + \int_0^T c_\sigma (\sigma_f - \sigma(t)) dt,$$

donde los términos ponderan, respectivamente, la carga de la enfermedad, el costo de vacunar y el costo asociado a mantener restricciones activas, con $c_y, c_v, c_\sigma > 0$ constantes de ponderación. Este problema extiende trabajos previos centrados exclusivamente en estrategias de aislamiento sin vacunación disponible, como el de Balderrama et al. [3], incorporando el esfuerzo de vacunación como control adicional.

Aplicamos el Principio del Máximo de Pontryagin, apoyándonos en resultados de existencia de control óptimo como los de Clarke [2], para caracterizar los controles óptimos. Discutiremos la existencia de solución, la normalidad del problema, y las propiedades cualitativas de las variables adjuntas que permiten describir la estructura de tipo *bang-bang* de los controles óptimos σ^* y v^* . Finalmente, comentaremos los resultados obtenidos y algunas de las dificultades que surgen al estudiar la cantidad de cambios de los controles óptimos a lo largo del intervalo de intervención y la caracterización de los tiempos en los que se producen dichos cambios.

Trabajo en conjunto con Rocío C. Balderrama (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Constanza M. Sánchez Fernández de la Vega (Universidad de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

- [1] W. O. Kermack, A. G. McKendrick, A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 115(772), 700–721, 1927.
- [2] F. H. Clarke, Functional Analysis, Calculus of Variations and Optimal Control, Graduate Texts in Mathematics 264, Springer, 2013.
- [3] R. Balderrama, J. Peressutti, J. P. Pinasco, C. Sánchez de la Vega, F. Vazquez, Optimal control for a SIR epidemic model with limited quarantine, Scientific Reports, 12, 2022.