

EFECTOS DE LA TASA DE MORTALIDAD DE ABEJAS RECOLECTORAS EN LAS DINÁMICAS POBLACIONALES DE UNA COLONIA DE APIS MELLIFERA

Fernando Ghioldi Gahona

Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Depto. de Matemática, Argentina
ferg@fceia.unr.edu.ar

La disminución de las poblaciones de colonias de abejas melíferas (*Apis mellifera*), es una preocupación a nivel mundial debido al decrecimiento que se viene evidenciando en la cantidad de abejas durante los últimos años. Estos insectos son los principales contribuyentes de la polinización y la interrupción de la misma podría causar serios problemas.

Existen diferentes modelos que describen la dinámica de la población de una colonia de abejas en los cuales se considera al polen y al néctar como las fuentes del alimento necesario para la misma. Entre ellos cabe destacar los modelos de [1], [2] y [3].

Por otro lado, las ecuaciones diferenciales fraccionarias son buenas candidatas para la modelización de situaciones en las que es importante considerar la historia del fenómeno estudiado ([4], [5], [6]), a diferencia de los modelos con derivada clásica donde esto no se tiene en cuenta.

En este trabajo, se profundiza el estudio del problema fraccionario realizado en [7], donde se propuso un modelo fraccionario utilizando el operador diferencial fraccionario de Caputo y se analizó la existencia y unicidad de soluciones y la estabilidad para casos particulares.

Ahora se propone identificar y analizar el estado de equilibrio de la población en función de la tasa de mortalidad de las abejas recolectoras, m_R , a partir del cual la colonia podría perder su estabilidad y se dirigiría al colapso.

Para eso, se considera el siguiente modelo fraccionario no lineal, que depende del número C de abejas crías (huevos, larvas y pupas), del número O de abejas colmeneras (obreras jóvenes), el número R de abejas recolectoras (obreras adultas mayores) y de la cantidad f de alimento (polen y néctar) y considerando $0 < \beta \leq 1$ como el orden de derivación de cada una de las variables con ciertos datos iniciales (no negativos).

$$\begin{cases} D^\beta C(t) = L \frac{f^2}{f^2 + b^2} \frac{O}{O + v} - (\phi_0 + m_C C) C \\ D^\beta O(t) = \phi_0 C - \left(\alpha_{min} + \alpha_{max} \frac{b^2}{f^2 + b^2} - \sigma \frac{R}{R + O} \right) O - m_O O \\ D^\beta R(t) = \left(\alpha_{min} + \alpha_{max} \frac{b^2}{f^2 + b^2} - \sigma \frac{R}{R + O} \right) O - m_R R \\ D^\beta f(t) = -\gamma_C C C - \gamma_A O + (c - \gamma_A) R \\ C(t_0) = C_0, \quad O(t_0) = O_0, \quad R(t_0) = R_0, \quad f(t_0) = f_0. \end{cases}$$

Trabajo en conjunto con Melani Barrios (CONICET, Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Depto. de Matemática), Daiana Bravo (Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Depto. de Matemática) y Gabriela Reyero (Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Depto. de Matemática).

Referencias

[1] D. Houry, A. Barron, M. Myerscough, Modelling food and population dynamics in honey bee colonies, PLOS ONE, Vol.8, Issue 5, e59084, (2013).

- [2] D. Khoury, A. Barron, M. Myerscough, A quantitative model of honey bee colony population, PLOS ONE, 6(4) e18491, (2011).
- [3] S. Bagheri, M. Mirzale, A mathematical model of honey bee colony dynamics to predict the effect of pollen on colony failure, PLOS ONE, 14(11): e0225632, (2019).
- [4] M. Barrios, G. Reyero, M. Tidball, Harvest management problem with a fractional logistic equation, Mathematica Pannonica New Series 27 /NS 1/(2021) 2, pp 152-163, Akadémiai Kiadó, DOI 10.1556 / 314.2021.00014, ISSN 0865-2090 (print) ISSN 2786-0752 (online), (2021).
- [5] D. Bravo, M. Barrios, G. Reyero, Analysis of a fractional-order predator-prey model with harvest incorporating an Allee effect, Journal of Fractional Calculus and Applications, Vol.14(2), Nro. 8, ISSN: 2090-5858(online), ISSN:2090-584X(print), 2023.
- [6] Ferrari, E. Santillan Marcus, Study of a fractional-order model for HIV infection of CD4+ T-cells with treatment, Journal of Fractional Calculus and Applications, Vol. 11(2), (2020), pp. 12-22.
- [7] F. Ghioldi Gahona, M. Barrios, G. Reyero, Estudio de estabilidad de un modelo de orden fraccionario de una colonia de abejas melíferas, MACI X, Vol.10, (2025), pp.192-195.