

**Ernesto Alejandro Borrego Rodríguez**

Universidad Austral sede Rosario - CONICET, Argentina

eborrego@austral.edu.ar

La teoría de grupos de Lie, desarrollada originalmente por Sophus Lie a finales del siglo diecinueve [1, 7, 8], proporciona un marco riguroso para el estudio de las propiedades de invarianza de las ecuaciones diferenciales bajo grupos de transformaciones continuas. La idea central consiste en identificar el conjunto de transformaciones puntuales que dejan invariante la ecuación y, sobre esta base, construir soluciones invariantes, reducir el orden de la ecuación o disminuir el número de variables independientes mediante procedimientos de reducción establecidos. Esta metodología permite la transformación de una EDP en una ecuación diferencial ordinaria (EDO) o en una EDP de menor complejidad, facilitando así tanto el análisis cualitativo como la obtención de soluciones explícitas.

Realizamos un análisis exhaustivo de la simetría puntual de Lie para la ecuación de difusión de calor no lineal

$$C(u)u_t = (K(u)u_x)_x$$

donde  $C(u)$  y  $K(u)$  son coeficientes que dependen de  $u$ . Obtenemos las ecuaciones determinantes para los generadores infinitesimales y clasificamos los grupos de transformaciones puntuales de las simetrías admitidas según la relación funcional entre  $C(u)$  y  $K(u)$ , los cuales se utilizan posteriormente para construir soluciones invariantes. Para cada generador admitido, la ecuación en derivadas parciales original se reduce a una ecuación diferencial ordinaria o a una forma más simple, produciendo familias de soluciones de tipo similaridad. Los resultados teóricos se ilustran a través de tres modelos representativos de la literatura para los cuales se obtienen soluciones invariantes explícitas o implícitas, incluyendo relación de tipo Storm [4, 5, 10] y de potencias para  $C(u)$  y  $K(u)$  [2, 3, 6], extendiendo resultados previamente conocidos.

Utilizando una transformación de tipo Kirchhoff, recuperamos los resultados disponibles en la literatura [1, 9] para la ecuación de difusión no lineal estándar

$$w_t = (D(w)w_x)_x$$

donde  $D(w)$  es el coeficiente de difusividad. Se establece la correspondencia entre los generadores infinitesimales de ambas ecuaciones y se examinan las relaciones entre sus respectivos coeficientes.

*Trabajo en conjunto con Julieta Bollati (Universidad Austral sede Rosario - CONICET, Argentina) y Adriana Briozzo (Universidad Austral sede Rosario - CONICET, Argentina).*

## Referencias

- [1] G. Bluman and S. Kumei. Symmetries and Differential Equations. Springer-Verlag, New York, 1989.
- [2] J. Bollati, M. T. Cao-Rial, M. F. Natale, J. A. Semitiel, and D. A. Tarzia. Tau method implementation for approximating the solution to a two-phase change problem with temperature-dependent thermal coefficients. Journal of Computational and Applied Mathematics, 475:117001, 2026.
- [3] J. Bollati, M. F. Natale, J. A. Semitiel, and D. A. Tarzia. Exact solution for non-classical one-phase Stefan problem with variable thermal coefficients and two different heat source terms. Computational and Applied Mathematics, 41:1–11, 2022.
- [4] A. C. Briozzo. Determination of unknown thermal coefficients in a Stefan problem for Storm's type materials. Computational and Applied Mathematics, 37:4449–4517, 2018.
- [5] A. C. Briozzo and M. F. Natale. One-dimensional nonlinear Stefan problems in Storm's materials. Mathematics, 2:1–11, 2014.
- [6] A. Kumar, A. K. Singh, and R. Rajeev. A moving boundary problem with variable specific heat and thermal conductivity. Journal of King Saud University - Science, 32:384–389, 2020.

- [7] S. Lie. Über die integration durch bestimmte integrale von einer klasse linearer partieller differentialgleichungen. Archiv for Mathematik, 6:328–368, 1881.
- [8] F. W. Olver. Applications of Lie Groups to Differential Equations. Springer-Verlag, New York, 1986.
- [9] L. V. Ovsyannikov. Group relations of the nonlinear heat equation. Doklady Akademii Nauk SSSR, 125:492–495, 1959.
- [10] M. L. Storm. Heat Conduction in Simple Metals. Journal of Applied Physics, 22(7):940–951, 1951.