

CARACTERIZACIÓN E IDENTIFICACIÓN DE MATRICES DE COSTO EN PROBLEMAS INVERSOS DE TRANSPORTE ÓPTIMO.

Delfina Aldana Correa

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral “Dra. Eleonor Harboure” (UNL-CONICET), Argentina
delfinaaldana@gmail.com

En la teoría del Transporte Óptimo (TO) se estudia cómo trasladar recursos desde un estado inicial hacia uno final de la manera más eficiente posible, teniendo en cuenta ciertas restricciones y los costos asociados al transporte. En su formulación clásica, el problema consiste en determinar un plan de transporte que minimice el costo total y satisfaga las restricciones impuestas por las distribuciones de probabilidad marginales. Entre sus enfoques más relevantes se encuentran el problema de Kantorovich, su problema dual y su versión regularizada mediante entropía ([3], [5]).

A lo largo de las últimas décadas, el problema de TO ha experimentado un amplio desarrollo tanto matemático como computacional. Sin embargo, la teoría de problemas inversos asociados al transporte óptimo constituyen un área relativamente reciente y aún en expansión ([1], [2], [4]). En términos generales, los problemas inversos consisten en estimar los parámetros subyacentes y/o variables desconocidas de un problema de transporte óptimo, como la función de costo y las distribuciones marginales, a partir de la observación de planes de transporte, ya sea en presencia o ausencia de ruido.

En este trabajo se aborda el problema inverso de recuperar o caracterizar las matrices de costo que inducen un plan de transporte óptimo dado, cuando el problema directo se plantea según la formulación de Kantorovich regularizada mediante entropía. En general, dicho problema no admite una solución única, ya que distintas matrices de costo pueden generar el mismo plan de transporte. Esta falta de unicidad motiva la introducción de ciertas clases de equivalencia sobre el conjunto de matrices de costo, dentro de las cuales se busca seleccionar representantes que satisfagan determinadas propiedades. Esto permite estudiar cómo los errores en los planes de transporte se reflejan en las matrices de costo recuperadas. Por último, se utilizan herramientas de optimización para la resolución de las formulaciones consideradas con el objetivo de mostrar algunos ejemplos numéricos de recuperación de matrices de costo mediante un enfoque probabilístico bayesiano.

Este trabajo fue desarrollado en el marco del Proyecto CAI+D 2024 PI Tipo II-85520240100114LI “Métodos matemáticos para problemas inversos y aplicaciones”, UNL.

Trabajo en conjunto con Rubén Spies (IMAL-FIQ, UNL-CONICET) y Karina Temperini (IMAL-FHUC, UNL-CONICET)..

Referencias

- [1] W. Chiu, P. Wang and P. Shafte. Discrete probabilistic inverse optimal transport. In K. Chaudhuri, S. Jegelka, L. Song, C. Szepesvári, G. Niu, and S. Sabato, editors, *Proceedings of the 39th International Conference on Machine Learning*, volume 162 of *Proceedings of Machine Learning Research*, 3925–3946, 2022.
- [2] J. Lu, Y. Lu and J. Nolen. Nonlinear inverse optimal transport: Identifiability of the transport cost from its marginals and optimal values. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 56(3):3655–3691, 2024.
- [3] G. Peyré and M. Cuturi. *Computational Optimal Transport*. Foundations and Trends in Machine Learning, 11(5–6):355–607, 2019.
- [4] A. M. Stuart and M. T. Wolfram. Inverse optimal transport. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 80(1):599–619, 2020.
- [5] C. Villani. *Topics in Optimal Transportation*. Volume 58 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, 2003.