

APLICAÇÃO DO MODELO SIR À DINÂMICA INICIAL DA COVID-19: RESULTADOS PRELIMINARES E PERSPECTIVAS PARA MODELOS COMPARTIMENTAIS MAIS ROBUSTOS

Claudia Adam Ramos

Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG), Brazil
claudia.adam@unifal-mg.edu.br

Introdução

Neste último século, o ano de 2020 se destaca por marcar o início de uma pandemia que, ao longo de aproximadamente quatro anos, alterou significativamente a forma como as pessoas interagem [3]. A COVID-19 teve seu primeiro caso registrado em 31 de dezembro de 2019, na cidade de Wuhan, na China, e, em 11 de março de 2020, foi declarada uma pandemia pela Organização Mundial da Saúde [2].

Apesar de a pandemia ter sido declarada encerrada em 05/05/2023, os estudos envolvendo a dinâmica da doença continuam. Nesse sentido, é importante destacar que é justamente após o término das emergências sanitárias que se intensifica o trabalho dos pesquisadores em epidemiologia matemática. Isso ocorre para que, diante de eventuais novas crises sanitárias, como as vivenciadas em 2020 a 2023, a comunidade científica esteja mais bem preparada para oferecer contribuições relevantes à sociedade e aos órgãos responsáveis pela tomada de decisão.

No Brasil, a pandemia apresentou três grandes ondas, caracterizadas pelo aumento expressivo no número de casos e mortes, ocasionado pela ausência de vacinas, associada à chegada de novas variantes do vírus e/ou ao afrouxamento das medidas de distanciamento social [5]. A primeira delas teve início em março de 2020 e apresentou os maiores registros de casos em junho e julho daquele mesmo ano. Os dados utilizados neste trabalho correspondem a essa fase.

Essa emergência sanitária evidenciou a importância da modelagem matemática como ferramenta para a compreensão da dinâmica das doenças infecciosas. Isso se deve ao fato de que, por meio de modelos epidemiológicos, é possível representar matematicamente aspectos relacionados à evolução temporal de uma doença, contribuindo para a análise do comportamento das diferentes parcelas da população ao longo de um processo epidêmico. Dentre os modelos compartimentais mais conhecidos encontra-se o modelo SIR, no qual a população é distribuída entre indivíduos suscetíveis, infectados e recuperados.

O objetivo deste estudo é apresentar o processo de calibração dos parâmetros do modelo a partir dos dados epidemiológicos disponíveis, bem como analisar sua capacidade de representar o comportamento observado da epidemia no período considerado. A aplicação do modelo SIR modificado à dinâmica da COVID-19 foi realizada na cidade de Belo Horizonte, capital do estado de Minas Gerais, Brasil.

Entre as 27 unidades federativas brasileiras, Minas Gerais se destaca por apresentar grande diversidade interna em aspectos como relevo, economia, cultura e características populacionais, reunindo, em certa medida, elementos representativos da heterogeneidade observada no país. Entretanto, em razão do elevado número de municípios do estado e das possíveis limitações e inconsistências nos registros oficiais de casos de COVID-19, optou-se por restringir a análise aos dados referentes ao município de Belo Horizonte, sua capital.

Metodologia

Foi empregado um modelo SIR modificado, constituído por um sistema de três equações diferenciais ordinárias que descrevem a variação nas populações de suscetíveis, infectados e recuperados.

É pertinente mencionar que a escolha desse modelo para descrever a dinâmica da doença fundamenta-se no recorte temporal estabelecido para essa pesquisa, que foi focado no ano de 2020. Por um lado, tem-se que nessa primeira onda da pandemia a população apresentava-se epidemiologicamente virgem ao vírus, fazendo com que as taxas de reinfecção fossem estatisticamente irrelevantes para a dinâmica inicial do

surto. Por outro lado, considerando uma previsão de curto prazo, o pressuposto de imunidade permanente do modelo SIR constitui uma simplificação matemática robusta e biologicamente consistente. Em cenários de crise aguda, projeções imediatas são cruciais para subsidiar decisões urgentes de saúde pública, como o dimensionamento de leitos hospitalares.

As equações do SIR consideradas são:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -aS(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = aS(t)I(t) - bI(t) \\ \frac{dR_m(t)}{dt} = bI(t) \end{cases} \quad (1)$$

em que $S(t)$ representa a população suscetível, $I(t)$ a população infectada e $R_m(t)$ a população recuperada.

Os parâmetros positivos a e b estão associados, respectivamente, à transmissão e à recuperação dos indivíduos da classe dos infectados. A formulação utilizada diferencia-se do SIR clássico principalmente pela maneira de representar a população suscetível, permitindo trabalhar com uma população efetivamente envolvida na propagação da doença ao longo do período analisado.

Para a calibração do modelo foram utilizados registros provenientes dos boletins epidemiológicos da Secretaria de Estado de Saúde de Minas Gerais, compilados pela plataforma *Brasil.IO* [4]. Os dados continham informações diárias referentes ao total de casos e óbitos por COVID-19. Para a análise, as observações foram organizadas segundo semanas epidemiológicas, considerando-se o período até 30 de outubro de 2020, correspondente à 33ª semana epidemiológica adotada no estudo.

A determinação dos parâmetros a e b foi realizada buscando-se o melhor ajuste entre a solução fornecida pelo modelo e os registros de infectados. Para isso, adotou-se como critério a minimização da soma dos quadrados das diferenças entre os valores simulados e os valores observados. Em termos gerais, buscou-se determinar a e b que minimizassem a função

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^N [I_{\text{modelo}}(a, b, t_i) - I_{\text{obs}}(t_i)]^2, \quad (2)$$

em que N corresponde ao número de observações utilizadas no ajuste.

Resultados e discussão

Para a cidade de Belo Horizonte, os valores que proporcionaram o melhor ajuste do modelo aos registros utilizados foram

$$a = 4,3286 \quad \text{e} \quad b = 4,2906. \quad (3)$$

Esses parâmetros foram empregados na solução numérica do sistema e na construção das trajetórias das populações suscetível, infectada e recuperada ao longo do período analisado.

A comparação entre os casos registrados e os valores fornecidos pelo modelo mostrou que a formulação foi capaz de reproduzir aspectos gerais da dinâmica epidêmica observada na cidade, embora tenham sido verificadas diferenças entre a trajetória simulada e os dados reais. De modo geral, o modelo apresentou tendência a subestimar o número de infectados.

O estudo mostrou que até a 15ª semana (término 03 de junho de 2020) o modelo e os dados praticamente coincidiam. No entanto, a partir do 110º dia a diferença entre os valores destas duas séries começou a aumentar. É interessante perceber que isso coincide com os dias seguintes à divulgação da primeira fase de flexibilização da quarentena na cidade (25 de maio) que teve início em 08 de junho de 2020 [1].

Os resultados evidenciam, entretanto, que a qualidade da resposta de um modelo epidemiológico depende não apenas de sua estrutura matemática, mas também das características dos dados empregados na calibração. A pesquisa identificou indícios de diferenças entre os registros disponíveis conforme a

fonte consultada e discutiu a possibilidade de subnotificação dos casos. Além disso, constatou-se que oscilações nas séries observadas dificultam a determinação de parâmetros capazes de produzir soluções que acompanhem de forma próxima o comportamento dos dados reais.

Considerações finais

A aplicação do modelo SIR modificado aos dados de Belo Horizonte permitiu representar matematicamente aspectos da evolução temporal da COVID-19 durante a primeira fase da pandemia. A calibração resultou nos parâmetros $a = 4,3286$ e $b = 4,2906$, a partir dos quais foi possível simular a evolução das populações consideradas pelo modelo.

Para o período analisado, a simulação indicou que o pico correspondente à primeira onda de contaminações já havia ocorrido e revelou uma tendência do modelo a subestimar o número de infectados. Embora a solução matemática tenha sido capaz de acompanhar aspectos gerais da evolução da epidemia, as diferenças em relação aos registros observados ressaltam as limitações inerentes à utilização de modelos relativamente simples para representar um fenômeno epidemiológico complexo.

Os resultados reforçam a utilidade dos modelos compartimentais como instrumentos de investigação da dinâmica de doenças infecciosas, ao mesmo tempo em que evidenciam que sua interpretação deve considerar as hipóteses assumidas, a estratégia de calibração e a qualidade das informações epidemiológicas disponíveis.

Como perspectivas de aprimoramento, a principal medida será considerar na modelagem o caráter transitório da imunidade. Essa mudança deverá fazer aparecer as demais ondas epidêmicas. Adicionalmente, entende-se que a incorporação da mortalidade como variável de estado, bem como a utilização de taxas de infecção e recuperação capazes são cruciais para melhor retratar a dinâmica da doença e refletir fatores como o distanciamento social e as condições socioeconômicas, poderá contribuir significativamente para o aumento da precisão das respostas fornecidas pelo modelo.

Palavras-chave: COVID-19; Modelo SIR; Belo Horizonte; Epidemiologia matemática; Equações diferenciais.

Trabajo en conjunto con Pablo Javier Grunmann (Universidade Federal de Alfenas, Brazil) y Mateus Nascimento (Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Brazil).

Referências

- [1] ANDRADE, M. V. et al. Os primeiros 80 dias da pandemia da COVID-19 em Belo Horizonte, da contenção à flexibilização. *Nova Economia*. v.30 n.2 p.701-737, 2020.
- [2] CRODA, J. H. R. e GARCIA, L. P.. Resposta imediata da vigilância em saúde à epidemia da covid-19, 2020.
- [3] GALEA, S., MERCHANT, R. M. e LURIE, N.. The mental health consequences of covid-19 and physical distancing: The need for prevention and early intervention. *JAMA internal medicine*, 180(6):817–818, 2020.
- [4] MINISTÉRIO DA SAÚDE. Banco de dados do sistema Único de saúde - datasus. Disponível em: <https://covid.saude.gov.br/i>. Acesso em: 22 out 2020, 2020.
- [5] PORTO, B.M., PEREIRA, D.N., KOPITKE, L. et al. Comparison between the characteristics and outcomes of patients hospitalized for COVID-19 in three waves of the pandemic: a retrospective analysis. *Infect Dis Poverty* 14, 119 (2025). <https://doi.org/10.1186/s40249-025-01389-3>.