

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE RICHARDS FRACIONÁRIA VIA fPINN: IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE AO RUÍDO

Marcello Goulart Teixeira

Instituto de Computação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil
marcellogt@ic.ufrj.br

Neste trabalho, apresentamos uma abordagem baseada em redes neurais informadas pela física fracionária (fPINNs - fractional Physics-Informed Neural Networks) [1, 2, 3] para resolver a equação de Richards [4] e identificar parâmetros hidráulicos de meios porosos não saturados. Utilizamos dados experimentais de absorção de água em tijolo cerâmico (fired clay brick) obtidos por El Abd e Milczarek [5]. A equação de Richards é estendida com uma derivada temporal fracionária de Caputo [6, 7] para capturar efeitos de difusão anômala [5]. A rede neural, com arquitetura profunda com 256, 256, 128, 64 e 1 neurônios por camada, é treinada com uma estratégia de annealing de pesos (estilo SOAP) para equilibrar as contribuições da perda dos dados, da equação diferencial (PDE) e das condições inicial e de contorno. Para melhorar a suavidade da solução, incorporamos uma penalidade de monotonicidade baseada nas derivadas espaciais e temporais. Após a fase de otimização com Adam, refinamos a solução utilizando o algoritmo L-BFGS-B via SciPy, com pontos de colheita fixos para garantir determinismo. Os resultados mostram um excelente ajuste aos dados experimentais ($R^2 = 0,94$) e parâmetros físicos coerentes com a literatura. Além disso, realizamos uma análise de sensibilidade ao ruído estocástico nos dados, considerando níveis de 1 %, 2 % e 10 %, demonstrando a robustez do método mesmo em condições adversas. A evolução das perdas é analisada em detalhe, justificando o comportamento esperado da perda PDE. A comparação entre as curvas previstas e os dados em diferentes instantes de tempo confirma a qualidade da solução.

Trabajo en conjunto con Amauri Aguiar de Freitas (Instituto de Computação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil), Amary Alvarez Cruz (Instituto de Computação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil) y Daniel Alfaro Vigo (Instituto de Computação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil).

Referências

- [1] M. Raissi, P. Perdikaris e G. E. Karniadakis. “Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations”. Em: Journal of Computational Physics 378 (2019), pp. 686–707.
- [2] I. Depina, S. Jain, S. Mar Valsson e H. Gotovac. “Application of physics-informed neural networks to inverse problems in unsaturated groundwater flow”. Em: Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards 16.1 (2022), pp. 21–36.
- [3] P. Patel e S. R. Yadav. “Application of physics-informed neural networks for solving water penetration problems in unsaturated soils”. Em: Engineering with Computers 42.9 (2026), pp. 1–21.
- [4] L. A. Richards. “Capillary conduction of liquids through porous mediums”. Em: Physics 1.5 (1931), pp. 318–333.
- [5] A. E. G. El Abd e J. J. Milczarek. “Neutron radiography study of water absorption in porous building materials: anomalous diffusion analysis”. Em: Journal of Physics D: Applied Physics 37.16 (2004), p. 2305.
- [6] A. A. Freitas, D. G. A. Vigo, M. G. Teixeira e C. A. B. de Vasconcellos. “Horizontal water flow in unsaturated porous media using fractional integral method with adaptive time step”. Em: Applied Mathematical Modelling 48 (2017), pp. 584–592.
- [7] E. Gerolymatou, I. Vardoulakis e R. Hilfer. “Modelling infiltration by means of a nonlinear fractional diffusion model”. Em: Journal of Physics D: Applied Physics 39.18 (2006), pp. 4104–4110.