

CONDICIONES DE OPTIMALIDAD Y DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO PARA LAGRANGIANOS AUMENTADOS SOBRE ESPACIOS DE DIMENSIÓN INFINITA

Diego Reyes Andrade

CIEM-CONICET, Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) –
Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Córdoba, Argentina, Argentina
diego.reyes.andrade@unc.edu.ar

En este trabajo analizamos las condiciones de crecimiento cuadrático para los Lagrangianos aumentados clásico y sharp en el contexto de problemas de optimización en espacios de Hilbert, sujetos a restricciones de igualdad y a un número finito de restricciones de desigualdad. El estudio de estas condiciones presenta desafíos inherentes debido a la no diferenciabilidad del Lagrangiano aumentado. Para abordar esta dificultad, formulamos un problema auxiliar equivalente que traslada la no diferenciabilidad hacia una restricción de cono de segundo orden, preservando así la suavidad de las funciones originales y permitiendo el uso sistemático de derivadas de segundo orden.

Nuestro resultado principal establece que la Condición Suficiente de Segundo Orden (SOSC) es necesaria y suficiente para garantizar que el Lagrangiano aumentado clásico satisfaga una condición local de crecimiento cuadrático alrededor de un punto estacionario. De manera análoga, demostramos que esta misma equivalencia se sostiene entre la Condición Suficiente de Segundo Orden Débil (WSOSC) y el Lagrangiano aumentado sharp.

A diferencia de enfoques previos en la literatura que exigen la sobreyectividad de la derivada de las restricciones, lo cual fuerza la unicidad de los multiplicadores de Lagrange, logramos establecer estas equivalencias bajo una hipótesis significativamente más débil: únicamente requerimos que la derivada de las restricciones de igualdad tenga rango cerrado. Para alcanzar esto, desarrollamos y aplicamos una variante del Lema de Hoffman sobre el cono crítico, obteniendo así una regularidad métrica que resulta fundamental para el análisis de las direcciones factibles. Esta relajación en las hipótesis no solo robustece la teoría existente, sino que amplía sustancialmente su aplicabilidad a una clase más vasta y compleja de problemas en optimización de dimensión infinita y control óptimo.

Trabajo en conjunto con Damián Fernández (CIEM-CONICET, Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) – Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Córdoba, Argentina).

Referencias

- [1] Fernández, D. (2022). Augmented Lagrangians quadratic growth and second-order sufficient optimality conditions. *Optimization*, 71(1), 97–115.
- [2] Ioffe AD. Necessary and sufficient conditions for a local minimum. 3: second order conditions and augmented duality. *SIAM J Control Optim.* 1979;17(2):266–288.