

CONTROL ÓPTIMO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO EN DOS SÓLIDOS CON FLUJO DE CALOR CONTINUO Y SALTO TÉRMICO EN LA INTERFAZ.

Mara Rossani

Universidad Austral, Sede Rosario, Argentina
mrossani@austral.edu.ar

En este trabajo se considera un problema de control óptimo distribuido asociado a un proceso estacionario de conducción térmica en un medio formado por dos sólidos en contacto, recientemente estudiado en [1]. El modelo considera la continuidad del flujo de calor junto con una discontinuidad de la temperatura en la interfaz entre ambos materiales, mientras que la variable de control $g = (g_1, g_2) \in H = H_1 \times H_2$ con $H_i = L^2(\Omega_i)$ para $i = 1, 2$. Cada componente del control actúa como la fuente interna de energía en cada material.

El problema de control óptimo [2, 3] se formula de la siguiente manera:

$$\text{hallar } \bar{g} = (\bar{g}_1, \bar{g}_2) \in H \text{ tal que } J(\bar{g}) = J(\bar{g}_1, \bar{g}_2) = \min_{g \in H} J(g)$$

donde el funcional de costo está representado por:

$$J(g) = \frac{1}{2} \|u_{1,g_1} - z_1\|_{H_1}^2 + \frac{1}{2} \|u_{2,g_2} - z_2\|_{H_2}^2 + \frac{M_1}{2} \|g_1\|_{H_1}^2 + \frac{M_2}{2} \|g_2\|_{H_2}^2$$

con u_{1,g_1} y u_{2,g_2} las soluciones únicas a los correspondientes problemas variacionales, donde g_i y z_i están dados, y M_i es una constante positiva, para $i = 1, 2$.

Siguiendo [4, 5], se establece la existencia y unicidad del control óptimo, y se deduce la correspondiente condición de optimalidad.

Se obtiene que el sistema de estado adjunto también se presenta como un problema de contacto para los dos sólidos, con continuidad en los flujos de calor y un salto en las temperaturas en la interfaz, similar al sistema de estado, lo que es novedoso en problemas de control óptimo. Además, se demuestra que el control óptimo puede considerarse como un punto fijo de un operador bien definido.

Finalmente, se introduce un algoritmo iterativo para aproximar la solución del problema de control, el cual converge independientemente de los datos iniciales y se proporciona una solución explícita para un caso unidimensional en coordenadas cartesianas.

Trabajo en conjunto con Domingo A. Tarzia (Universidad Austral, Rosario, Argentina) y Claudia M. Gariboldi (Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Argentina).

Referencias

- [1] Tarzia DA, Umbricht GF, Rossani M (2026) Analytical study of steady-state heat transfer in two solids with continuous flow and thermal jump at the interface. *SeMA Journal*, Accepted on June 2026. DOI: 10.1007/s40324-026-00436-9.
- [2] Lions JL (1968) *Contrôle optimal des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*. Dunod-Gauthier Villars, Paris, France.
- [3] Troeltzsch F (2010) *Optimal Control of Partial Differential Equations. Theory, Methods and Applications*. American Mathematical Society, Providence, USA.
- [4] Gariboldi CM, Tarzia DA (2003) Convergence of distributed optimal controls on the internal energy in mixed elliptic problems when the heat transfer coefficient goes to infinity. *Appl Math Opt* 47:213–230.
- [5] Gariboldi CM, Tarzia DA (2015) Existence, uniqueness and convergence of simultaneous distributed-boundary optimal control problems. *Control Cybern* 44:5–17.