

Francisco José Arrieta Zuccalli

Instituto Argentino de Matemática - CONICET; Universidad Nacional de La Plata, Argentina
francisco.arrieta.zuccalli@gmail.com

En el análisis teórico clásico de ciertos problemas de aproximación matriciales hay una hipótesis de separación entre ciertos autovalores consecutivos de la matriz que uno quiere aproximar a una altura pre-determinada. La utilidad práctica de estos análisis teóricos suele depender del tamaño de esa separación, la cual surge a raíz de que en el centro del análisis se encuentra la noción de subespacios dominantes de una matriz.

En el caso Hermitiano (o auto adjunto) proponemos introducir la clase de subespacios Λ -admisibles, un sustituto natural para los autoespacios dominantes cuando la matriz tiene autovalores agrupados. Esta nueva clase brinda un análisis complementario al de la teoría clásica en caso de que esta no sea satisfactoria, o directamente no sea aplicable; cuando la separación del espectro en la altura determinada es pequeña, o simplemente nula.

Más concretamente, sean A una matriz Hermitiana de tamaño $n \times n$ con autovalores $\{\lambda_i\}_{1 \leq i \leq n}$ ordenados decrecientemente y $h \ll n$ una dimensión objetivo tal que $\lambda_h > \lambda_{h+1}$ pero estos están un grupo con poca separación. Aquí, el autoespacio dominante h -dimensional de A está unívocamente determinado, mientras que sus subespacios Λ -admisibles de dimensión h forman una clase, cuyos elementos dan lugar a una aproximación de rank bajo (menor o igual a h) de A con buenas propiedades. Esto dice que, por argumentos de continuidad, si uno puede obtener subespacios cercanos (en algún sentido que desarrollaremos) a algún elemento de esta clase, se obtendrán aproximaciones de rank bajo que compartan, en parte, esas buenas propiedades.

Luego de esto consideramos dos métodos numéricos conocidos para producir subespacios computables y desarrollamos un análisis de proximidad de estos a la clase de subespacios Λ -admisibles. Además, consideramos el método de Rayleigh Ritz para extraer un subespacio de dimensión h de un subespacio de dimensión mayor, digamos $r \geq h$, y analizamos la cercanía del subespacio resultante de este proceso a la clase de subespacios Λ -admisibles en términos de información relacionada con el subespacio r -dimensional inicial (el cual podría provenir, por ejemplo, de los métodos numéricos antes mencionados).

Finalmente, presentaremos algunos ejemplos numéricos que muestran las ventajas de considerar esta clase de subespacios con respecto al enfoque clásico de intentar aproximar al único autoespacio dominante en el caso de autovalores agrupados.

Trabajo en conjunto con Pedro Gustavo Massey (Instituto Argentino de Matemática - CONICET; Universidad Nacional de La Plata).