

Mariano Ruiz

Centro de Matemática de La Plata - UNLP, Argentina
maruiz@gmail.com

Consideremos dos densidades $\rho = (\rho_i)_{i \in \mathbb{N}}$ y $\sigma = (\sigma_i)_{i \in \mathbb{N}}$ en ℓ_1 , es decir, $\rho_i, \sigma_i \geq 0$ y

$$\sum_{i \geq 1} \rho_i = \sum_{i \geq 1} \sigma_i = 1.$$

En analogía con el caso vectorial, podemos definir una noción de mayorización en el espacio de densidades $\mathcal{D}$: dadas $\rho, \sigma \in \mathcal{D}$, decimos que σ *mayoriza a* ρ , y notamos $\rho \prec \sigma$, si

$$\sum_{i=1}^k \rho_i^\downarrow \leq \sum_{i=1}^k \sigma_i^\downarrow, \quad k \in \mathbb{N},$$

Donde la notación $\lambda^\downarrow$ indica la sucesión $\lambda \in \mathcal{D}$ reordenada en forma decreciente.

En este contexto, definimos los flujos de mayorización descendente y ascendente, respectivamente, por

$$\mathcal{L}(\sigma) = \{\mu \in \mathcal{D} : \mu \prec \sigma\} \quad \text{y} \quad \mathcal{U}(\rho) = \{\nu \in \mathcal{D} : \rho \prec \nu\}.$$

Supongamos que ρ y σ son incomparables respecto de la mayorización, es decir, $\rho \not\prec \sigma$. Dada una norma unitariamente invariante estrictamente convexa $N(\cdot)$, estudiamos la distancia de estas densidades a los respectivos flujos de mayorización y caracterizamos sus posibles aproximantes. En particular, consideramos los valores mínimos que toman las funciones

$$\Phi_N(\mu) = N(\rho - \mu), \quad \mu \in \mathcal{L}(\sigma),$$

y

$$\Psi_N(\nu) = N(\sigma - \nu), \quad \nu \in \mathcal{U}(\rho).$$

En esta charla abordaremos el problema del cálculo del valor mínimo de Φ_N , cuando la $N(\cdot)$ considerada es una norma p de Schatten, con $1 < p < \infty$. Esto complementa el estudio iniciado para la norma traza presentado previamente. Asimismo, discutiremos el problema de aproximar σ por elementos de $\mathcal{U}(\rho)$, mostrando que, a diferencia del caso del flujo descendente, este problema presenta características adicionales que impiden una analogía directa entre ambos escenarios.

Trabajo en conjunto con María José Benac (FCEyT-UNSE, Santiago del Estero, Argentina), Pedro Massey (IAM-Conicet y Universidad Nacional de La Plata, Argentina) y Noelia Rios, (IAM-Conicet y Universidad Nacional de La Plata, Argentina).