

¿CUÁNTO DE UN CUERPO CONVEXO CABE DENTRO DE OTRO?

Daniel Galicer

Universidad Torcuato Di Tella - IMAS, CONICET, Argentina
daniel.galicer@utdt.edu

Un cuerpo convexo en $\mathbb{R}^n$ es un conjunto compacto, con interior no vacío, que contiene el segmento que une cualesquiera dos de sus puntos. Dados dos cuerpos convexos $K, L \subset \mathbb{R}^n$, su razón de volumen o “*volume ratio*” se define por

$$\text{vr}(K, L) = \inf_{T(L) \subset K} \left(\frac{|K|}{|T(L)|} \right)^{1/n},$$

donde el ínfimo se toma sobre todas las transformaciones afines invertibles T tales que $T(L) \subset K$, y $|\cdot|$ denota el volumen n -dimensional. Intuitivamente, esta cantidad mide qué tan bien puede acomodarse una copia afín de L dentro de K , en términos de la proporción del volumen de K que puede llegar a ocupar. En esta charla discutiremos el comportamiento de este parámetro en dimensión alta y presentaremos una nueva cota superior válida para cualquier par de cuerpos convexos,

$$\text{vr}(K, L) \leq C \sqrt{n \log(n+1)}.$$

Este resultado mejora la cota $\text{vr}(K, L) \leq C \sqrt{n \log(n+1)}$, obtenida por Giannopoulos y Hartzoulaki hace casi dos décadas y media y que era, hasta ahora, la mejor conocida. La mejora se apoya en importantes resultados recientes en geometría convexa de Bizeul–Klartag y Letwin.

Comentaremos algunas de las ideas geométricas detrás del argumento y explicaremos cómo estos resultados pueden combinarse con una elección adecuada de posiciones afines para los cuerpos y con la elección aleatoria de un operador ortogonal para obtener la nueva cota.

Trabajo en conjunto con Mariano Merzbacher (Universidad de Buenos Aires, Argentina) y Damián Pinasco (Universidad Torcuato Di Tella, Argentina).