

Pedro Massey

CMaLP-FCEX-UNLP y IAM-CONICET, Argentina
pedromassey@gmail.com

Una matriz $D \in \mathbb{C}^{n \times n}$ es llamada matriz de densidad si es semidefinida positiva y tiene traza 1. En este caso, $\lambda(D) = (\lambda_1(D), \dots, \lambda_n(D)) \in \mathbb{R}_{\geq 0}^n$ denota el vector de autovalores, contando multiplicidades y ordenado en forma decreciente. Dadas dos matrices de densidad D, E de tamaño n , decimos que D está mayorizada por E , y notamos $D \prec E$, si se verifica que $\sum_{j=1}^k \lambda_j(D) \leq \sum_{j=1}^k \lambda_j(E)$, para $1 \leq k \leq n$. La relación $D \prec E$ es una condición que caracteriza cuando es posible transformar un sistema cuyo estado está descrito por la matriz de densidad E es un sistema cuyo estado está descrito por la matriz de densidad D en distintos contextos físicos.

Fijado $1 \leq h \leq n$ consideramos los flujos restringidos de mayorización (superior e inferior) de una matriz de densidad D dados por:

$$\mathcal{U}_h(D) = \{E \text{ es matriz de densidad} : D \prec E, \text{rk}(E) \leq h\},$$

$$\mathcal{L}_h(D) = \{E \text{ es matriz de densidad} : E \prec D, \text{rk}(E) \leq h\}$$

donde $\text{rk}(E)$ es la dimensión del espacio columna de E . Dada una norma unitariamente invariante $\|\cdot\|$ definida en $\mathbb{C}^{n \times n}$ y dos matrices de densidad R, S de tamaño n y tales que $R \notin \mathcal{L}_h(S)$ y $S \notin \mathcal{U}_h(R)$, en esta charla consideramos el problema de calcular las distancias

$$d_{\|\cdot\|}(R, \mathcal{L}_h(S)) = \min\{\|R - E\| : E \in \mathcal{L}_h(S)\},$$

$$d_{\|\cdot\|}(S, \mathcal{U}_h(R)) = \min\{\|S - F\| : F \in \mathcal{U}_h(R)\}.$$

Nuestro enfoque estará basado en establecer relaciones de mayorización entre las matrices que corresponden a los residuos de aproximación para estos problemas.

Trabajo en conjunto con María José Benac (FCEyT-UNSE), Noelia Ríos (CMaLP-FCEX-UNLP y IAM-CONICET) y Mariano Ruiz (CMaLP-FCEX-UNLP).