

Rosa Alejandra Lorenzo

Departamento de Matemática-Instituto de Matemática Aplicada San Luis (IMASL)-Universidad Nacional de San Luis, Argentina
rlorenzo77@gmail.com

Sea Φ la clase de todas las N -funciones $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$. Sea Ω un subconjunto medible y acotado de $\mathbb{R}^n$. Para cada $\varphi \in \Phi$, definimos el espacio de las funciones medibles Lebesgue f definidas sobre Ω .

$$L^\varphi(\Omega) = \{f \text{ medibles} : \int_{\Omega} \varphi(\lambda|f(x)|)dx < \infty, \text{ para algún } \lambda > 0\},$$

donde dx es la medida de Lebesgue sobre $\mathbb{R}^n$.

Dada una función $f \in L^\varphi(\Omega)$, definimos como $\mu_\varphi(f)$, el conjunto de mejores aproximantes por polinomios a la función f . Es decir, un polinomio P es un mejor aproximante de f si y sólo si, se cumple

$$\int_{\Omega} \varphi(|f(x) - P|)dx = \inf_{Q \in \Pi^m} \int_{\Omega} \varphi(|f(x) - Q|)dx,$$

donde Π^m es el espacio de los polinomios algebraicos, definidos sobre $\mathbb{R}^n$ de grado a lo sumo m y tal que $\Pi^m \subset L^\varphi(\Omega)$.

En este trabajo obtenemos una extensión del trabajo de [1] al considerar funciones φ sin condiciones de suavidad como las siguientes desigualdades

1.

$$\psi^+ \left(\frac{a_0^*(f)}{C} \right) \leq KM\psi^+(|f|)(x)$$

donde M es la función maximal de Hardy-Littlewood y $f \in L_{loc}^{\psi^+}(\mathbb{R}^n)$ posee una condición de suavidad puntual introducida por Calderón y Zygmund en 1961 $f \in t_m^{\psi^+}(x)$ en un punto fijo x para $1 \leq |\alpha| \leq m$, la función maximal $a_\alpha^*(f)(x) = \sup_{\epsilon > 0} |a_\alpha(x, \epsilon)|$ para $0 \leq |\alpha| \leq m$ y ψ^+ denota la deriva por derecha de la función φ .

Si además, suponemos que $f \in L_{loc}^{\psi^+}(\mathbb{R}^n)$ y $f \in t_m^{\psi^+}(x)$ en un punto fijo x para $1 \leq |\alpha| \leq m$. Supongamos $\delta > 0$ y $|\alpha| = l$ entonces,

2. Si ψ^+ es una función monótona cuasiconvexa, entonces existen funciones continuas $g_1^\delta, g_2^\delta : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ tales que

$$g_2^\delta \left(\frac{a_\alpha^*(f)(x)}{C} \right) \leq \bar{K} \sum_{|\alpha|=l} M g_1^\delta(|\partial^\alpha f|)(x),$$

para $\partial^\alpha f \in L_{loc}^{(I+\delta)} \cap L_{loc}^{(i-\delta)}(\mathbb{R}^n)$ y donde $C, \bar{K}$ son constantes positivas que dependen de n, m y ψ^+ .

Trabajo en conjunto con Sergio Favier (Departamento de Matemática-Instituto de Matemática Aplicada San Luis-Conicet-UNSL) y Sonia Acinas (Universidad Nacional de La Pampa).

Referencias

[1] S. Acinas, S. Favier, F.Zó, Inequalities for extended best polynomial approximation operator in Orlicz Spaces. Acta Mathematica Sinica, 35: 185-203, 2019.