

EL OPERADOR LOGARÍTMICO DE SCHRÖDINGER

Estefanía Dafne Dalmaso

IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina

dafnedalm@gmail.com

El operador logarítmico $\log(-\Delta)$ ha recibido considerable atención en los últimos años ([1]), en conexión con el laplaciano fraccionario $(-\Delta)^s$, $0 < s < 1$, a través de la relación $\log(-\Delta) = \partial_s(-\Delta)^s|_{s=0}$. Este es un operador no local que surge naturalmente como límite entre la teoría local, asociada a $-\Delta$, y la no local, asociada a $(-\Delta)^s$. Su estudio se ha extendido recientemente a variedades riemannianas ([2]) y a grafos generales ([3]).

En esta charla consideraremos el operador logarítmico de Schrödinger $\log \mathcal{L}_V$, asociado al operador $\mathcal{L}_V = -\Delta + V$ en $\mathbb{R}^d$, con un potencial $V \geq 0$ y $V \not\equiv 0$. El operador $\log \mathcal{L}_V$ se define mediante cálculo funcional a partir de la medida espectral de $\mathcal{L}_V$, y admite también una caracterización alternativa como la derivada en $s = 0$ de la potencia fraccionaria $\mathcal{L}_V^s$.

Extenderemos los resultados del caso clásico ([4]) al caso Schrödinger con potenciales V que satisfacen una desigualdad reverse-Hölder de exponente $q > d/2$. Mostraremos que el semigrupo del calor $\{T_t^V\}_{t>0}$ generado por $\mathcal{L}_V$, a diferencia del semigrupo clásico, no es markoviano, lo cual produce diferencias sustanciales respecto del caso euclídeo. En particular, obtendremos una representación puntual de $\log \mathcal{L}_V$ en la que, junto a los términos usuales de tipo derivada e integral fraccionaria, aparece un término no constante que depende de la función de radio crítico ρ asociada al potencial V . Como aplicación, resolveremos el problema de valores iniciales $\partial_t u = -(\log \mathcal{L}_V)u$, $u(x, 0) = f(x)$, para f en un espacio Lipschitz adaptado al marco de Schrödinger, en términos de la integral fraccionaria asociada a $\mathcal{L}_V$.

Trabajo en conjunto con Jorge J. Betancor (Universidad de La Laguna, España), Juan Carlos Fariña (Universidad de La Laguna, España) y Pablo Quijano (IMAL (CONICET-UNL) - FIQ (UNL), Argentina).

Referencias

- [1] H. Chen, T. Weth, The Dirichlet problem for the logarithmic Laplacian, Comm. Partial Differential Equations 44 (2019), no. 11, 1100–1139.
- [2] R. Chen, Logarithmic Laplacian on General Riemannian Manifolds, arXiv:2506.19311 (2025).
- [3] R. Chen, W. Xu, The Logarithmic Laplacian on General Graphs, arXiv:2507.05936 (2025).
- [4] P. A. Feulefack, The logarithmic Schrödinger operator and associated Dirichlet problems, J. Math. Anal. Appl. 517 (2023), no. 2, Paper No. 126656, 33 pp.