

ACOTACIÓN DE OPERADORES BILINEALES FRACCIONARIOS INDUCIDOS POR HIPERMÉTRICAS EN ESPACIOS DE AHLFORS REGULARES

Joaquín Toledo

IMAL, Argentina

joaquintoledo789@gmail.com

Los operadores del Análisis Armónico tienen su origen en el potencial de Newton y sus extensiones a dimensiones mayores que tres $N(x, y) = \frac{1}{|x - y|^{n-2}}$ con $x, y \in \mathbb{R}^n$. El núcleo N genera operadores lineales de integración fraccionaria y sus derivadas segundas las integrales singulares de Calderón- Zygmund. El gradiente del núcleo N clásico es el campo de fuerzas gravitatorio en la teoría de Newton. Por otra parte $|x - y|$, la distancia entre x e y , dos puntos de $\mathbb{R}^3$, puede verse como la distancia del punto $(x, y) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$ a la diagonal de $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$. Esta forma de pensar el núcleo N como una potencia negativa de la distancia de un punto $(x, y) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$ a la diagonal $\Delta = \{(x, x) : x \in \mathbb{R}^3\}$ admite una generalización razonable a órdenes superiores a 2. Tomando la diagonal en $(\mathbb{R}^3)^{k+1}$ con $k \geq 1$ y calculando la distancia de un punto de $(\mathbb{R}^3)^{k+1}$ a esa diagonal obtenemos funciones de $k + 1$ variables $\rho(x_0, \dots, x_k)$.

A partir de la observación del rol de la métrica Euclídea en la construcción de los potenciales N y de la importancia de considerar interacciones de orden superior a dos, introducimos hipermétricas $\rho(x_0, x_1, \dots, x_k)$ con $k \geq 2$, que producen núcleos del tipo $\rho(x_0, x_1, \dots, x_k)^{-\gamma}$ ($\gamma > 0$) asociados a operadores multilineales en espacios de tipo homogéneo. En este trabajo probaremos el siguiente resultado de acotación para operadores bilineales fraccionarios inducidos por hipermétricas de orden 3 en espacios η -Ahlfors regulares.

Teorema: Sea (X, d, μ) un espacio η -Ahlfors regular, con $\eta > 0$. Sea ρ la hipermétrica de orden 3 generada por d . Sean $p_1 > 1$, $p_2 > 1$, q y $0 < \gamma < 2\eta$ tales que $0 < \frac{1}{q} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} - \frac{2\eta - \gamma}{\eta}$. Entonces el operador

$$T^\gamma(f, g)(x) = \int_{y \in \mathbb{R}^n} \int_{z \in \mathbb{R}^n} \frac{f(y)g(z)}{\rho(x, y, z)^\gamma} d\mu(y)d\mu(z)$$

es acotado de $L^{p_1}(X, \mu) \times L^{p_2}(X, \mu)$ en $L^q(X, \mu)$. Más aún,

$$\|T^\gamma(f, g)\|_q \leq C \|f\|_{p_1} \|g\|_{p_2},$$

para $f \geq 0$, $g \geq 0$.

Trabajo en conjunto con Hugo Aimar (IMAL) y Ivana Gómez (IMAL).

Referencias

- [1] Hugo Aimar, Ivana Gómez, Joaquín Toledo. Multilinear approximate identities generated by hypermetrics on spaces of homogeneous type. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 540, 2026.
- [2] J. García-Cuerva y A. E. Gatto. Boundedness properties of fractional integral operators associated to non-doubling measures. *Studia Mathematica*, vol. 162, no. 3, págs. 245-261, 2004.
- [3] L. Grafakos. *Modern Fourier Analysis*. Graduate Texts in Mathematics. Springer New York, 2014.
- [4] L. Grafakos. On multilinear fractional integrals. *Studia Mathematica*, vol. 102, no. 1, págs. 49-56, 1992.
- [5] C. Kenig y E. Stein. Multilinear estimates and fractional integration. *Mathematical Research Letters*, vol. 6, no. 1, págs. 1-15, 1999.
- [6] E. Stein. *Singular integrals and differentiability properties of functions*. Princeton University Press, 1970.