

UN PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE TIPO HARDY PARA EL ESPECTRO DEL GRUPO DE HEISENBERG BAJO LA ACCIÓN DEL GRUPO UNITARIO INDEFINIDO

Isolda Cardoso

UNR - FCEIA - ECEN -DM, Argentina

isolda@fceia.unr.edu.ar

El principio de incertidumbre de Hardy clásico establece que una función y su transformada de Fourier no pueden decaer simultáneamente más rápido que gaussianas cuyo producto de parámetros supere el valor $1/4$, salvo que la función sea idénticamente nula. Este resultado se ha extendido a diversos grupos de Lie, en particular al grupo de Heisenberg, donde Thangavelu obtuvo una versión en términos de la transformada esférica asociada al par de Gelfand $(\mathbb{H}_n, U(n))$ (ver por ejemplo [1]). En este trabajo consideramos el par de Gelfand generalizado $(\mathbb{H}_n, U(p, q))$, donde el grupo unitario indefinido $U(p, q)$ actúa sobre el grupo de Heisenberg por automorfismos que preservan una forma hermitiana con signatura (p, q) . A diferencia del caso compacto, esta acción da lugar, según la teoría desarrollada por Godoy y Saal en [2, 3, 4], a una familia de autodistribuciones conjuntas $S_{\lambda, k} \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{Z}$, que describe la descomposición espectral de $L^2(\mathbb{H}_n)$. Presentamos un principio de incertidumbre tipo Hardy en este contexto: si una función de Schwartz $U(p, q)$ -invariante f decae gaussianamente en la variable de grupo con parámetro a , y su transformada esférica decae con parámetro b respecto de una cierta función de peso $\phi(k)$, entonces la condición $ab > 1/4$ fuerza que $f \equiv 0$.

Referencias

- [1] S. Thangavelu, "An Introduction to the Uncertainty Principle: Hardy's Theorem on Lie Groups", Progr. Math. 217, Birkhäuser, 2004.
- [2] T. Godoy, L. Saal, "L2 spectral decomposition on the Heisenberg group associated to the action of $U(p, q)$ ", Pacific J. Math. 193, No. 2, 327–353 (2000).
- [3] T. Godoy, L. Saal, "Some spectral results on $L^2(\mathbb{H}_n)$ related to the action of $U(p, q)$ ", Colloq. Math. 86, No. 2, 177–187 (2000).
- [4] T. Godoy, L. Saal, "On the spectrum of the generalized Gelfand pair $(U(p, q), \mathbb{H}_n)$, $p+q=n$ ", Math. Scand. 105, No. 2, 171–187 (2009).