

# CONTINUIDAD DEL OPERADOR INTEGRAL FRACCIONARIA SOBRE ESPACIOS DE TIPO HERZ-MUSIELAK-ORLICZ.

**René Morari**

Universidad Nacional del Comahue, Argentina  
rmorari1@gmail.com

En este trabajo, estudiamos el comportamiento del operador integral fraccionaria  $I_\alpha$  actuando sobre espacios de Herz-Musielak-Orlicz homogéneos. Los mismos fueron definidos en [1], como

$$\dot{K}_\Psi^{\alpha,q}(\mathbb{R}^n) = \left\{ f \in L_{\text{loc}}^\Psi(\mathbb{R}^n \setminus \{0\}) : \sum_{k \in \mathbb{Z}} 2^{k\alpha q} \|f \chi_{B_k \setminus B_{k-1}}\|_{L^\Psi}^q < \infty \right\},$$

donde  $B_k = \overline{B(0, 2^k)}$  y  $L^\Psi$  es el espacio Musielak Orlicz compuesto por las funciones para las cuales existe  $\lambda > 0$  tal que

$$\int_{\mathbb{R}^n} \Psi(x, |f(x)|/\lambda) dx < \infty,$$

siendo  $\Psi : \mathbb{R}^n \times [0, \infty) \rightarrow [0, \infty]$  una función tal que  $x \rightarrow \Psi(x, |f(x)|)$  es medible para cada  $f$  medible y para casi todo  $x \in \mathbb{R}^n$ , la función  $\Psi(x, \cdot)$  es convexa, continua por izquierda y cumple que  $\Psi(x, 0) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \Psi(x, t) = 0$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(x, t) = \infty$ .

A partir de las ideas desarrolladas en [2] el objetivo de nuestro trabajo es estudiar resultados de acotación del operador integral fraccionaria cuando actúa sobre funciones en  $\dot{K}_\Psi^{\alpha,q}(\mathbb{R}^n)$ . Entonces, bajo condiciones sobre  $\Psi$  al estilo de las vistas en [3], se pudo probar que el rango de una adecuada extensión  $\tilde{I}_\alpha$  son espacios Lipschitz  $\mathfrak{L}_{\Psi,\beta}^{-\alpha}(\mathbb{R}^n)$ , definidos como el conjunto de las funciones localmente integrables que satisfacen

$$\frac{(|x_0| + R)^{-\alpha}}{|B|^{\frac{\beta}{n}} \|\chi_B\|_{\Psi^*}} \int_B |f - (f)_B| dx \leq \infty,$$

donde  $-\infty < \alpha < +\infty$ ,  $0 < \beta < n$  y  $(f)_B$  es el promedio de  $f$  sobre  $B$ , con  $B$  una bola del espacio  $\mathbb{R}^n$ .

*Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer (IMAL(CONICET-UNL)) y Alejandra Perini (Universidad Nacional del Comahue, Argentina).*

## Referencias

- [1] Dong, Baohua, Yu Li, and Jingshi Xu. The Musielak-Orlicz Herz spaces. New York J. Math 29 (2023)
- [2] Qu, Meng, and Jie Wang. A note on fractional integral operators on Herz spaces with variable exponent. Journal of Inequalities and Applications 2016.1 (2016)
- [3] Ramseyer, M., O. Salinas, and B. Viviani. Lipschitz type smoothness of the fractional integral on variable exponent spaces. Journal of Mathematical Analysis and Applications 403.1 (2013)