

REDUNDANCIA ÓPTIMA POSITIVA VIA MUESTREO DINÁMICO

Cristian Cruz

IMAS-CONICET / Facultad de Ingeniería (UBA), Argentina
ccruz.ext@fi.uba.ar

En este trabajo estudiamos el problema de construir frames positivos f -redundantes para espacios de producto interno real de dimensión finita mediante el muestreo dinámico (dynamical sampling). Una familia de vectores es un frame positivo si cada vector del espacio admite una representación como combinación lineal con coeficientes no negativos, y es f -redundante si esta propiedad se preserva tras la eliminación de f elementos arbitrarios.

Trabajos previos establecieron la cota inferior de $2f + n + 1$ elementos para cualquier frame positivo f -redundante en $\mathbb{R}^n$. En esta comunicación, respondemos afirmativamente a la pregunta de si esta cota es óptima. Demostramos que, dado un operador diagonalizable $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ con autovalores reales, distintos y estrictamente negativos, y un vector semilla b adecuado, la órbita generada $F_f = \{A^k b\}_{k=0}^{2f+n}$ constituye un frame positivo f -redundante para $\mathbb{R}^n$ con exactamente $2f + n + 1$ elementos, alcanzando la cota inferior con igualdad.

La demostración teórica combina el teorema de Gordan-Stiemke, que reformula la condición de generación positiva, con la teoría de sistemas de Tchebycheff (T-sistemas), la cual provee el argumento necesario de conteo de ceros a través de la estructura de Vandermonde generalizada de la órbita.

Adicionalmente, ilustramos una aplicación de estos resultados teóricos en el diseño de una configuración tolerante a fallos para los propulsores de un satélite tipo SPHERES de 6 grados de libertad operando en microgravedad. Esta configuración garantiza la controlabilidad total tras el fallo de cualquier propulsor individual, cumpliendo restricciones físicas de ortogonalidad mediante el acoplamiento algebraico de los autovalores de la matriz de evolución.

Trabajo en conjunto con Juan Ignacio Giribet (Universidad de San Andrés –CONICET, Argentina) y Ursula Molter (IMAS–CONICET/FCEyN (UBA), Argentina).