

CONJUNTOS ORTOGONALES MAXIMALES DE EXPONENCIALES EN ESPACIOS DE FUNCIONES DE CUADRADO INTEGRABLE RESPECTO A MEDIDAS DE CANTOR

Leandro Zuberma

Departamento de Matematica-UNMdP, Argentina

leandro.zuberman@gmail.com

En 1998, Jorgensen y Pedersen [1] estudiaron la existencia de Bases Ortonormales de exponenciales en el espacio de Hilbert $L^2(\mu)$, cuando μ es una medida de Cantor en la recta real. Específicamente, consideraron medidas invariantes por la familia de contracciones $\{\rho(x+d)\}_{d \in D}$ con $\rho < 1$ y $D \subset \mathbb{Z}$ un conjunto finito. Por ejemplo, probaron que si $\rho = 1/4$ y $D = \{0, 2\}$ es posible encontrar una tal Base pero en el ternario clásico, cuando $\rho = 1/3$ y $D = \{0, 2\}$, no es posible. A partir de allí, proliferaron ejemplos de tales medidas y condiciones que garantizan la existencia de tales bases [2,3,4].

Dada una medida μ , es de interés entender la estructura o propiedades de los conjuntos Λ para los cuales $\{e^{2\pi i \lambda}\}_{\lambda \in \Lambda}$ es una Base Ortonormal de $L^2(\mu)$ (conjuntos de frecuencias ortogonales). Dutkay, Hausserman y Lai al dieron ciertas propiedades para el caso inicial de la medida con $\rho = 1/4$ y $D = \{0, 2\}$ [5].

En este trabajo [6] consideramos ciertas medidas de Cantor μ , donde $\rho = p^{-k}$, con p un número primo positivo, y el conjunto D de dígitos consta de m enteros positivos que pertenecen a clases residuales distintas módulo p^k . Para esta familia de medidas, obtenemos una caracterización completa de los conjuntos de frecuencias ortogonales maximales enteras de exponenciales en $L^2(\mu)$.

Más específicamente. Dado $\Lambda \subset \mathbb{Z}$ un conjunto de frecuencias ortogonales, para cada $\lambda \in \Lambda$ consideramos su desarrollo en base p^k , es decir, obtenemos una sucesión $(d_j = d_j(\lambda))$ con $0 \leq d_j < p^k$ tal que $\lambda = \sum d_j(p^k)^j$. Entonces, los dígitos d_j no pueden tomar los p^k valores posibles sino solamente m .

Referencias

- [1] Palle ET Jorgensen and Steen Pedersen. Dense analytic subspaces in fractal L^2 -spaces. *Journal d'Analyse Mathématique*
- [2] Robert S Strichartz. Mock fourier series and transforms associated with certain cantor measures. *Journal d'Analyse Mathématique*, 81(1):209–238, 2000.
- [3] Izabella Laba and Yang Wang. On spectral cantor measures. *Journal of Functional Analysis*, 193(2):409–420, 2002.
- [4] Dorin Dutkay, John Haussermann, and Chun-Kit Lai. Hadamard triples generate self-affine spectral measures. *Transactions of the American Mathematical Society*, 371(2):1439–1481, 2019.
- [5] Dorin Ervin Dutkay, Deguang Han, and Qiyu Sun. On the spectra of a cantor measure. *Advances in Mathematics*, 221(1):251–276, 2009.
- [6] Leandro Zuberma. On the spectra of Cantor measures. Preprint. arXiv:2605.18471