

# SUPERFICIES CO-MINIMALES RESPECTO DE LAS MÉTRICAS EUCLÍDEA Y DE HEISENBERG EN $\mathbb{R}^3$

**Facundo Tripodi**

Universidad Nacional del Litoral, Facultad de Ingeniería Química, Argentina  
facundotripodi71@gmail.com

El grupo de Heisenberg  $H_3$ , con su métrica riemanniana invariante a izquierda, tiene como variedad subyacente a  $\mathbb{R}^3$ . Esto permite comparar, sobre una misma superficie  $S \subset \mathbb{R}^3$ , la condición de minimalidad respecto de la métrica euclídea y la de  $H_3$ . Decimos que  $S$  es co-minimal si tiene curvatura media nula para ambas métricas simultáneamente.

Los ejemplos básicos de superficies co-minimales son los planos  $ax + by + cz + d = 0$  y los helicoides verticales  $z - c\theta - d = 0$ . Conjeturamos que estas son las únicas superficies co-minimales, y presentaremos avances parciales hacia dicha clasificación.

En primer lugar, se identifican las isometrías comunes a ambas métricas, mostrando que  $\text{Iso}(\mathbb{R}^3) \cap \text{Iso}(H_3)$  está generado por rotaciones alrededor del eje  $z$  y traslaciones verticales. A partir de esto se clasifican completamente las superficies co-minimales invariantes bajo un subgrupo uniparamétrico de estas isometrías, obteniendo exactamente planos verticales y helicoides verticales.

Para el caso general, se plantea el sistema de EDPs que resulta de imponer minimalidad simultánea a una gráfica  $z = f(x, y)$  (o  $z = f(r, \theta)$ ). Usando analiticidad de las soluciones se desarrolla en serie de potencias, se prueba bajo una hipótesis extra que toda solución es un plano o un helicoide. Al retirar esta hipótesis se logra restringir las posibles soluciones usando teorema de existencia y unicidad de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Estos resultados son parte de la Tesis de grado a presentarse en UNL dirigida por Gabriela P. Ovando (UNR).