

Bruno Stassi

FAMAF-UNC, Argentina

bruno.stassi@mi.unc.edu.ar

Un álgebra de Lie real g se dice casi nilpotente si su nilradical n tiene codimensión uno, esto es $g = \mathbb{R}e_0 \ltimes_D n$ con $D = ad_{e_0}|_n$. Esta clase contiene a las casi abelianas y provee ejemplos de solvariedades compactas con estructuras hermitianas invariantes. Fino y Paradiso [1] estudian el caso de dimensión seis apoyados en la clasificación de las álgebras de Lie solubles en dimensiones bajas[2].

Presentamos primero un procedimiento para clasificar extensiones casi nilpotentes con nilradical n fijo: las clases de isomorfismo corresponden a órbitas de $Aut(n) \times \mathbb{R}^*$ sobre $H^1(n) = Der(n)/ad(n)$, y vía la descomposición de Jordan-Chevalley y los toros maximales de derivaciones el problema se separa en una parte semisimple y una nilpotente. Partiendo de los nilradicales nilpotentes reales de dimensión siete, 189 en total según las clasificaciones de Gong [3] y de Graaf [4], exactamente 59 admiten extensiones casi nilpotentes fuertemente unimodulares [5]. Aun así, cada órbita exige cálculos manuales y la clasificación completa se vuelve impracticable.

Por esta razón imponemos condiciones adicionales: algebraicas sobre el nilradical, como pedir que sea dos pasos nilpotente, o geométricas sobre la estructura compleja J o sobre la métrica hermitiana. Fijada alguna de ellas, o alguna combinación, cada condición se traduce en un sistema de ecuaciones. Con estas herramientas recuperamos algunos resultados conocidos en el caso Kähler [6,7], y en el caso LCK con nilradical dos pasos nilpotente el enfoque alcanza para dar una descripción más específica de las estructuras ya conocidas [8,9]. Las mismas ideas utilizadas para LCK se pueden aplicar a las métricas balanceada y SKT [10].

Trabajo en conjunto con Marcos Origlia (Conicet-FAMAF).

Referencias

- [1] A. Fino, F. Paradiso, Hermitian structures on six-dimensional almost nilpotent solvmanifolds, Math. Z. 310 (2025), no. 2, Paper No. 27.
- [2] L. Snobl, P. Winternitz, Classification and Identification of Lie Algebras, CRM Monograph Series 33, American Mathematical Society, Providence, 2014.
- [3] M.-P. Gong, Classification of nilpotent Lie algebras of dimension 7 (over algebraically closed fields and $\mathbb{R}$), Ph.D. thesis, University of Waterloo, 1998.
- [4] W. A. de Graaf, Classification of 6-dimensional nilpotent Lie algebras over fields of characteristic not 2, J. Algebra 309 (2007), 640-653.
- [5] C. Bock, On low-dimensional solvmanifolds, Asian J. Math. 20 (2016), no. 2, 199-262.
- [6] J. Deré, J. Lauret, On Ricci negative solvmanifolds and their nilradicals, Math. Nachr. 292 (2019), no. 7, 1462-1481.
- [7] M. L. Barberis, I. Dotti, A. Fino, Hyper-Kähler quotients of solvable Lie groups, J. Geom. Phys. 56 (2006), 691-711.
- [8] H. Sawai, A non-Vaisman LCK solvmanifold associated to a one-dimensional extension of a 2-step nilmanifold, Differential Geom. Appl. 96 (2024), 102174.
- [9] A. Andrada, M. Origlia, Vaisman solvmanifolds and relations with other geometric structures, Asian J. Math. 24 (2020), no. 1, 117-145.
- [10] R. M. Arroyo, M. Nicolini, SKT structures on nilmanifolds, Math. Z. 302 (2022), 1307-1320.