Desarrollo de una herramienta informática para el traslado de ondas de crecida en cursos de agua

Juan Arrospide
Grupo de Investigación en Hidráulica - Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata , Argentina
ghidraulica@gmail.com

RESUMEN: En el presente trabajo se estudia el traslado de la onda de crecida en cursos de agua, resolviendo en forma numérica el sistema de las ecuaciones de Saint Venant, aplicando diferencias finitas y acoplando la resolución al software Autocad. INTRODUCCIÓN: Para el cálculo del tránsito de crecientes, se pueden considerar los modelos distribuidos, llamados modelos de tránsito hidráulico, que están basados en las Ecuaciones de Saint Venant para flujo unidimensional. En este abordaje, tanto el caudal Q como el tirante hidráulico h tienen una doble dependencia del espacio y del tiempo. Es decir $Q = Q(x,t)$ y $h = h(x,t)$ Existen distintas formas de abordar el problema, en las que se incorporan menor o mayor cantidad de términos dentro de la Ecuación de Saint Venant, que representan a las resistencias friccionales, la acción de la gravedad, el gradiente de presiones, la aceleración convectiva y la aceleración local. El enfoque adoptado en el presente trabajo es utilizando Modelos Distribuidos, con la siguiente caracterización: • El problema de la crecida de un curso de agua o conducción se caracteriza como el tratamiento de "ondas traslatorias", en el que las partículas se propagan en el espacio durante el traslado de la onda. • Estas ondas en canales, ríos y conducciones son "longitudinales" (en la dirección del movimiento) • Se considera, además, que la crecida afecta a toda la columna de agua, por lo que se la caracteriza como "ondas en aguas poco profundas" Estas ondas son gobernadas fundamentalmente por gravedad y por fricción. • Los modelos hidrodinámicos se basan en las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento (Ecuaciones de Saint Venant), y representan el flujo impermanente gradualmente variado en función del caudal $Q = Q(x,t)$ y de la profundidad $h = h(x,t)$ La formulación adoptada es la llamada Onda Cinemática, que incluye solo los términos de pendiente y roce para flujo impermanente gradualmente variado, identificada como modelo hidrodinámico unidimensional. Luego, la resolución por diferencias finitas serán propuestas sobre una malla x-t y planteando un esquema implícito evaluando una solución numérica del caudal Q en una sección i+1 del canal y un instante j+1 de tiempo. Conociendo las condiciones de borde como las dimensiones del canal, pendiente y condiciones iniciales como caudal inicial y un hidrograma de crecida, que es la onda que genera el evento, se procede a implementar el algoritmo en el lenguaje VisualBasic del entorno del software Autocad, de forma que la ventana gráfica de éste se convierta en la salida de los cálculos, incluyendo representación de la forma de la crecida para cada instante en el curso de agua. DESARROLLO: La formulación de Onda Cinemática, se define por medio de las siguientes expresiones para la ecuación de continuidad y de Momentum: Continuidad:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \tag{1}$$

En la que A es el área de la sección transversal del curso de agua y q el caudal lateral de entrada. Momentum:

$$S\_0 = S\_f \tag{2}$$

En la que S_0 es la pendiente del fondo del canal y S_f es la pendiente de la línea de energía o pendiente de fricción. La ecuación de Momentum también puede expresarse como:

$$A = \alpha . Q^{\beta} \tag{3}$$

Como ecuación de resistencia al escurrimiento se utiliza la ecuación de Manning:

$$Q = \frac{S\_0^{1/2}}{n.P^{2/3}}.A^{5/3} \tag{4}$$

En la que n es el coeficiente de rugosidad de las paredes del curso de agua, y P es el perímetro mojado de la sección transversal. Combinando estas ecuaciones se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \alpha.\beta.Q^{\beta-1}.\frac{\partial Q}{\partial t} = q \tag{5}$$

Para resolver numéricamente esta ecuación, utilizando aproximaciones por diferencias finitas, los cálculos se realizan en una malla del plano $x-t$, que se conforma con un conjunto de puntos separados incrementos de distancia Δx e incrementos de tiempo Δt. Se indexan los puntos de distancia por i y los puntos de tiempo por j. La derivada parcial de Q respecto de x y respecto de t se aproximan mediante expresiones en diferencias hacia adelante que se muestran a continuación:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q\_i+1^{j+1} - Q\_i^{j+1}}{\Delta x} \tag{6}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q\_i+1^{j+1} - Q\_i+1^{j}}{\Delta t} \tag{7}$$

El valor de Q se encuentra mediante el siguiente promedio:

$$Q = \frac{Q\_i+1^{j} - Q\_i^{j+1}}{2} \tag{8}$$

Con lo que la expresión en diferencias finitas de la Onda Cinemática resulta:

$$\frac{Q\_i+1^{j+1} - Q\_i^{j+1}}{\Delta x} + \alpha.\beta.\left(\frac{Q\_i+1^{j} - Q\_i^{j+1}}{2}\right)^{\beta-1}.\left(\frac{Q\_i+1^{j+1} - Q\_i+1^{j}}{\Delta t}\right) = \frac{q\_i+1^{j+1} + q\_i+1^{j}}{2} \tag{9}$$

De la que se puede despejar el valor del caudal Q para el siguiente tiempo y en la siguiente posición, quedando:

$$Q\_i+1^{j+1} = \frac{\frac{\Delta t}{\Delta x}.Q\_i^{j+1} + \alpha.\beta.\left(\frac{Q\_i+1^{j}+Q\_i^{j+1}}{2}\right)^{\beta-1}.Q\_i+1^{j} + \Delta t.\left(q\_i+1^{j+1} - q\_i+1^{j}\right)/2}{\frac{\Delta t}{\Delta x} + \alpha.\beta.\left(\frac{Q\_i+1^{j}-Q\_i^{j+1}}{2}\right)} \tag{10}$$

Con:

$$\beta = 0{,}6 \tag{11}$$

$$\alpha = \left(\frac{n.P^{2/3}}{S\_0^{1/2}}\right)^{0{,}6} \tag{12}$$

La componente principal en la implementación del algoritmo en el lenguaje VisualBasic del entorno Autocad, se conforma como una estructura de repetición (que varía desde la sección 1 hasta la sección $n-1$, dentro de otra estructura de repetición, que varía desde el instante 1 hasta la cantidad de intervalos menos uno. En el párrafo siguiente se transcribe ese núcleo principal del programa:

For j=1 To Canttiempos-1 For i=1 To Cantsecciones-1 A=((Q(i+1,j)+Q(i,j+1))/2$^(Beta-1)B = (Atc/Ax)+ Alfa*Beta*AQ(i+1,j+1) = ((Atc/Ax)*Q(i,j+1) + Alfa*Beta*Q(i+1,j)*A)/BNextNext$

Una de las ventajas de implementar el algoritmo del traslado de crecidas en un entorno de diseño asistido como el Autocad, consiste en la posibilidad de utilización de las múltiples herramientas de dibujo del programa. Como muestra de esta ventaja se transcribe un sector del programa en el que tomando los resultados de los distintos valores de caudal para cada sección transversal, en cada instante analizado $Q(x,t)$, se grafican curvas dibujadas en la ventaja gráfica del programa, las que se muestran suavizadas por la utilización de polinomios segmentarios interpolantes, esto se logra con la función "ThisDrawing.Modelspace.AddSpline"

For j=1 To Canttiempos DesplazamientoX=50000 For i=1 To Cantsecciones-1 puntos(i*3)=DesplazamientoX+(i)*Ax/ ‘Coordenada x puntos(i*3+1)=(Val(Q(i+1,j))-500*j)/Escala ‘ Coordenada y puntos(i*3+2)=0 ‘ Coordenada z Next Dim nuevaSpline as AcadSpline Set nuevaSpline=ThisDrawing.ModelSpace.AddSpline(puntos, startTAn,endTan) nuevaSpline.color=acBlue Next

Los datos de entrada pueden ingresarse a través de una caja de diálogo, de fácil interpretación e interacción con el usuario. Estos datos son el hidrograma de entrada y el caudal en el instante inicial.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES: Como se destacó, los resultados pueden verse en forma de tabla con los resultados numéricos del caudal Q en cada sección transversal y en cada instante, y también en forma gráfica mostrando la evolución de la forma de la onda de crecida en las distintas secciones transversales de cálculo a través de todo el intervalo de tiempo de análisis. La herramienta informática desarrollada es sencilla, económica en términos de recursos de Hardware y Software, para el programa de diseño asistido por computadora, existen licencias educativas disponibles, y el programa funciona adecuadamente con una PC de modesta configuración. Los resultados no solamente se muestran en forma de tabla, sino también en forma gráfica, permitiendo estas gráficas mostrar la evolución espacio-temporal del fenómeno, y contribuir a una rápida interpretación intuitiva del traslado de la onda de crecida. Además del uso específico para el cálculo del traslado de ondas en cursos de agua reales, las características de la herramienta pueden ser especialmente aprovechadas con fines académicos, para asignaturas de grado relacionadas con la hidráulica, la hidrología y la utilización de métodos numéricos

Trabajo en conjunto con Guillermo Mena (Grupo de Investigación en HIdráulica - Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata, Diana Chavasse (Grupo de Investigación en HIdráulica - Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata, Lorenzo Elías (Grupo de Investigación en HIdráulica - Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata, Tobías Simian (Grupo de Investigación en HIdráulica - Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata y Delfina Raggio (Grupo de Investigación en HIdráulica - Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional La Plata.