Análisis de un Problema de Frontera Libre en Régimen Cuasi-estático para una Ecuación de Difusión-Reacción

Diego Ernesto Guevara
Universidad Nacional de Rosario, Argentina
guevaradiegodiego@gmail.com

Consideramos un problema de frontera libre unidimensional de infiltración a través de un medio poroso con reacción de hidratación en régimen cuasi-estático. En el presente modelo, $u \geq 0$ representa la presión del fluido adimensionalizada y $\Gamma \in [0, 1]$ denota el grado de avance de la reacción de hidratación ($\Gamma = 0$: sin reacción, $\Gamma = 1$: reacción completa). La función $s(t)$ representa la posición del frente de saturación, que separa la zona de roca saturada con fluido ($0 < x < s(t)$) de la zona seca ($x > s(t)$). La densidad de la reacción Γ influye fuertemente en el comportamiento de la interfaz $s(t)$. Nuestro objetivo es analizar la evolución de las variables $u(x, t)$, $s(t)$ y $\Gamma(x, t)$, las cuales están gobernadas por el siguiente sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - \Gamma) = 0, \quad t > 0,\ x \in (0, s(t)),$$

$$-u_x(s(t), t) = \dot{s}(t), \quad t > 0,\ x = s(t),$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = k(1 - \Gamma), \quad t > 0,\ x \in (0, s(t)),$$

con condiciones iniciales

$$\Gamma(x, 0) = \Gamma_0(x) > 0, \quad s(0) = s_0 > 0, \quad u(s_0, 0) = 0,$$

y condiciones de borde

$$\Gamma(s(t), t) = 0, \quad u(0, t) = 1, \quad u(s(t), t) = 0.$$

Demostramos la existencia y la unicidad de soluciones mediante un argumento de punto fijo en un espacio de funciones continuas. Además, analizamos el comportamiento asintótico del frente de infiltración $s(t)$ y verificamos que tanto para tiempos cortos como para tiempos largos la evolución sigue $s(t) \propto \sqrt{t}$.

Trabajo en conjunto con Piotr Rybka (Warsaw University, Warsaw, Poland) y Sabrina Roscani (Universidad Austral, Paraguay 1978, S2000FZF Rosario, Argentina).