

Matías Ignacio Caruso

Instituto Balseiro, CNEA - Universidad Nacional de Cuyo, Argentina
matias.caruso@ib.edu.ar

Los espacios de Lebesgue con exponente variable fueron introducidos por Orlicz a principios de la década del '30 y estudiados sistemáticamente por Nakano en la del '50. En los últimos años, han cobrado un gran interés debido a sus aplicaciones en el modelado de fluidos electrorreológicos y el procesamiento de imágenes.

Si bien una gran cantidad de resultados válidos en espacios de Lebesgue clásicos se extienden al caso variable, una excepción es la famosa desigualdad de Hausdorff–Young, que establece que si $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$, $1 \leq p \leq 2$, entonces

$$\|\widehat{f}\|_p \leq C\|f\|_{p'},$$

donde $\widehat{f}$ es la transformada de Fourier de f y p' es el exponente conjugado a p . Esto ha motivado a considerar algún ingrediente extra en la búsqueda de la generalización correcta de la desigualdad en el contexto variable, llevando, por ejemplo, a desigualdades con pesos, con reordenamientos o con hipótesis adicionales.

En esta comunicación, damos diferentes condiciones suficientes y condiciones necesarias para la validez de desigualdades de Fourier, con y sin pesos, en espacios de Lebesgue con exponente variable.

Trabajo en conjunto con Rodrigo Cardeccia (Instituto Balseiro, CNEA - Universidad Nacional de Cuyo, Argentina), Martín Mazzitelli (Instituto Balseiro, CNEA - Universidad Nacional de Cuyo, Argentina) y J. Tomás Rodríguez (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina).

Referencias

- [1] Benedetto, J.J. y Heinig, H.P. (2003), Weighted Fourier Inequalities: New Proofs and Generalizations, *JJ. Fourier Anal. Appl.* 9, 1–37.
- [2] Cruz–Uribe, D.V. y Fiorenza, A. (2013), Variable Lebesgue Spaces: Foundations and Harmonic Analysis, *Applied and Numerical Harmonic Analysis*, Birkhäuser Basel.
- [3] Diening, L. y Samko, S. (2007), Hardy Inequality in Variable Exponent Lebesgue Spaces, *Fractional Calculus and Applied Analysis* 10, 01–18.
- [4] Edmunds, D., Kokilashvili, V. y Meskhi, A. (2005), On the Boundedness and Compactness of Weighted Hardy Operators in Spaces $L_p(x)$, *Georgian Mathematical Journal* 12, 27–44.
- [5] Fiorenza, A. y Rakotoson, J.M. (2007), Relative rearrangement and Lebesgue spaces $L_p(\cdot)$ with variable exponent, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* 88, 506–521.
- [6] Saucedo, M. y Tikhonov, S. (2025), Note on Fourier inequalities, *Nonlinear Analysis* 261, 113896.