

**María Inés Lopez Pujato**

Universidad Nacional de Rosario (FCEIA), Argentina

lpujato@fceia.unr.edu.ar

Los problemas de dominación total consisten en asignar recursos (usualmente escasos) a diferentes lugares, de forma de cubrir una necesidad en la vecindad próxima de ese lugar. Ejemplos de aplicaciones que pueden ser modeladas por estos problemas son los problemas de ubicación y/o asignación de servicios: cajeros automáticos, cámaras de seguridad, entre otros.

En este trabajo abordamos una variante del problema de dominación total que fue introducida en [4] y está definida de la siguiente manera: dado un grafo  $G$  con conjunto de vértices  $V$  y un entero no negativo  $k$  (fijo), una función  $f : V \rightarrow \{0, 1, \dots, k\}$  es una función  $\{k\}$ -dominante total de  $G$  si  $f(N(v)) \geq k$  para cada vértice  $v$  del grafo  $G$ , donde  $N(v)$  denota el subconjunto de los vértices adyacentes a  $v$ , y  $f(U) = \sum_{v \in U} f(v)$  (peso de la función  $f$  sobre el conjunto  $U$ ) para cualquier  $U \subset V$ . El número de  $\{k\}$ -dominación total de  $G$ ,  $\gamma_{\{k\}}^t(G)$ , es el peso de una función  $\{k\}$ -dominante total de  $G$  de mínimo peso sobre el conjunto de vértices  $V$ . El problema de  $\{k\}$ -dominación total consiste en hallar este mínimo número para un grafo  $G$  dado y un entero no negativo  $k$ . Para  $k = 1$ , este problema coincide con el de dominación total en grafos, muy estudiado en la literatura específica.

Respecto a la complejidad computacional, los problemas de decisión asociados a estos problemas son NP-difíciles para cada  $k$  fijo ([3] y [5]). Por otra parte, se conocen instancias donde se puede resolver en tiempo polinomial, ver por ejemplo [1], [2] y [5]. En [2] se presenta el valor del número de  $\{k\}$ -dominación total para los grafos ciclos, caminos, grafos rueda (wheels) y grafos que consisten en la 1-suma de un ciclo y un camino de longitud dos (grafo pan).

Siguiendo esta línea de investigación, analizamos la complejidad del problema de  $\{k\}$ -dominación total en otras familias de grafos. Con el objetivo de completar este estudio en la clase de los grafos cactus (1-suma de caminos y ciclos) comenzamos estudiando los grafos obtenidos por 1-suma de un ciclo con un camino de cualquier longitud, superclase de los grafos pan. Hallamos el número de  $\{k\}$ -dominación total para esta familia, para todo entero no negativo  $k$ . Además, a partir de los resultados obtenidos y aquellos en [2], analizamos la  $\{k\}$ -dominación total sobre los grafos oruga (caterpillar).

*Trabajo en conjunto con Mariana Escalante (Conicet-UNR) y Valeria Leoni (Conicet-UNR)..*

## Referencias

- [1] G. Argiroffo, V. Leoni and P. Torres, Complexity of  $k$ -tuple total and total  $\{k\}$ -dominations for some subclasses of bipartite graphs, *Information Processing Letters* 138 (2018) 75-80.
- [2] T. Haisheng, L. Liuyan and L. Hongyu, Total  $\{k\}$ -domination in special graphs, *Mathematical Foundations of Computing*, 1, 3 (2018).
- [3] J. He and H. Liang, Complexity of Total  $\{k\}$ -Domination and Related Problems, *Lecture Notes in Computer Science* 6681 (2011), 147-155.
- [4] N. Li and X. Hou, On the total  $\{k\}$ -domination number of Cartesian products of graphs, *J. Comb. Optim* 18 (2009) 173-178.
- [5] D. Pradhan, Algorithmic aspects of  $\{k\}$ -tuple total domination in graphs, *Inform. Process. Lett.* 112 (21) (2012) 816–822.