

María Inés Lopez Pujato

Universidad Nacional de Rosario (FCEIA), Argentina

lpujato@fceia.unr.edu.ar

Los problemas de dominación total consisten en asignar recursos (usualmente escasos) a diferentes lugares, de forma de cubrir una necesidad en la vecindad próxima de ese lugar. Ejemplos de aplicaciones que pueden ser modeladas por estos problemas son los problemas de ubicación y/o asignación de servicios: cajeros automáticos, cámaras de seguridad, entre otros.

En este trabajo abordamos una variante del problema de dominación total que fue introducida en [4] y está definida de la siguiente manera: dado un grafo G con conjunto de vértices V y un entero no negativo k (fijo), una función $f : V \rightarrow \{0, 1, \dots, k\}$ es una función $\{k\}$ -dominante total de G si $f(N(v)) \geq k$ para cada vértice v del grafo G , donde $N(v)$ denota el subconjunto de los vértices adyacentes a v , y $f(U) = \sum_{v \in U} f(v)$ (peso de la función f sobre el conjunto U) para cualquier $U \subset V$. El número de $\{k\}$ -dominación total de G , $\gamma_{\{k\}}^t(G)$, es el peso de una función $\{k\}$ -dominante total de G de mínimo peso sobre el conjunto de vértices V . El problema de $\{k\}$ -dominación total consiste en hallar este mínimo número para un grafo G dado y un entero no negativo k . Para $k = 1$, este problema coincide con el de dominación total en grafos, muy estudiado en la literatura específica.

Respecto a la complejidad computacional, los problemas de decisión asociados a estos problemas son NP-difíciles para cada k fijo ([3] y [5]). Por otra parte, se conocen instancias donde se puede resolver en tiempo polinomial, ver por ejemplo [1], [2] y [5]. En [2] se presenta el valor del número de $\{k\}$ -dominación total para los grafos ciclos, caminos, grafos rueda (wheels) y grafos que consisten en la 1-suma de un ciclo y un camino de longitud dos (grafo pan).

Siguiendo esta línea de investigación, analizamos la complejidad del problema de $\{k\}$ -dominación total en otras familias de grafos. Con el objetivo de completar este estudio en la clase de los grafos cactus (1-suma de caminos y ciclos) comenzamos estudiando los grafos obtenidos por 1-suma de un ciclo con un camino de cualquier longitud, superclase de los grafos pan. Hallamos el número de $\{k\}$ -dominación total para esta familia, para todo entero no negativo k . Además, a partir de los resultados obtenidos y aquellos en [2], analizamos la $\{k\}$ -dominación total sobre los grafos oruga (caterpillar).

Trabajo en conjunto con Mariana Escalante (Conicet-UNR) y Valeria Leoni (Conicet-UNR)..

Referencias

- [1] G. Argiroffo, V. Leoni and P. Torres, Complexity of k -tuple total and total $\{k\}$ -dominations for some subclasses of bipartite graphs, *Information Processing Letters* 138 (2018) 75-80.
- [2] T. Haisheng, L. Liuyan and L. Hongyu, Total $\{k\}$ -domination in special graphs, *Mathematical Foundations of Computing*, 1, 3 (2018).
- [3] J. He and H. Liang, Complexity of Total $\{k\}$ -Domination and Related Problems, *Lecture Notes in Computer Science* 6681 (2011), 147-155.
- [4] N. Li and X. Hou, On the total $\{k\}$ -domination number of Cartesian products of graphs, *J. Comb. Optim* 18 (2009) 173-178.
- [5] D. Pradhan, Algorithmic aspects of $\{k\}$ -tuple total domination in graphs, *Inform. Process. Lett.* 112 (21) (2012) 816–822.