Problemas de multi-aproximación simultánea

Noelia Belén Rios
CMaLP (UNLP) - IAM (CONICET), Argentina
noebelen83@gmail.com

En esta charla vamos a considerar un problema de multi aproximación dentro del conjunto de matrices semi definidas positivas, que proviene de la teoría de marcos en dimensión finita. Más explícitamente, si $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m) \in \mathbb{N}^m$, dada una sucesión finita de matrices $\Phi^0 = \{F_i^0\}_{i=1}^m$, para $F_i^0 \in \mathbb{C}^{d_i \times n}$ y una sucesión no creciente de números (pesos) positivos $\alpha = (\alpha_i)_{i=1}^n$, lo que buscamos es caracterizar a los mejores aproximantes de Φ^0 dentro del conjunto de los $(\alpha, \mathbf{d})$-diseños

$$D(\alpha, \mathbf{d}) := \{\Phi = \{F_i\}_{i=1}^m : F_i \in \mathbb{C}^{d_i \times n} \wedge \sum_{i=1}^m ||f_{ik}||^2 = \alpha_k,\ k = 1, \ldots n\}$$

donde f_{ik} es la k-ésima columna de la matriz F_i, con respecto a la función

$$\Theta(\Phi) = \sum_{i=1}^m ||F_i^0 (F_i^0)^* - F_i F_i^*||_2^2 \,.$$

Esta función $\Theta : D(\alpha, \mathbf{d}) \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, es lo que se denomina (el cuadrado de) ¨la distancia conjunta al operador de marco¨.

En el caso en que $m = 1$, este problema fue planteado por Strawn en 2012 y fue resuelto hace un años, considerando una traducción del mismo, a un problema de diseño de marcos con normas predeterminadas. Lo que vamos a contar en esta charla es como caracterizar espectralmente a los minimizadores locales de esta función, para $m \geq 1$, vía una traducción a un problema de multi-diseño. Veremos además que los minimizadores locales son globales.

Trabajo en conjunto con María José Benac (FCEyT UNSE - CONICET) y Mariano Ruiz (CMaLP UNLP - IAM CONICET).