

Francisco Martínez Pería

CMaLP - UNLP e IAM - CONICET, Argentina

martinezperia@gmail.com

En esta charla analizaremos el siguiente problema de programación cuadrática con una restricción cuadrática. Dados operadores A y B actuando en un espacio de Hilbert $(\mathcal{H}, \langle \cdot, \cdot \rangle)$, vectores $a, b \in \mathcal{H}$ y una constante $\beta \in \mathbb{R}$, nos interesa determinar la existencia de

$$\text{mín } \langle Ax, x \rangle + 2\text{Re}\langle a, x \rangle \quad \text{sujeto a} \quad \langle Bx, x \rangle + 2\text{Re}\langle b, x \rangle \leq \beta,$$

y en caso de que el mínimo exista, encontrar los argumentos en los cuales se alcanza dicho mínimo.

Nos enfocaremos en el caso en que los operadores A y B son indefinidos (es decir, ni definidos positivos ni definidos negativos). Esto impide utilizar las técnicas estándar de optimización, ya que tanto la función objetivo como la región determinada por la restricción no son convexas.

Mostraremos que resolver el problema con la desigualdad es equivalente a resolver el problema con la restricción $\langle Bx, x \rangle + 2\text{Re}\langle b, x \rangle = \beta$, y que tanto la existencia de soluciones como la geometría del conjunto de soluciones están íntimamente ligados al haz de operadores asociado al problema.

Trabajo en conjunto con Santiago Gonzalez Zerbo (IAM-CONICET, Argentina) y Alejandra Maestripieri (IAM-CONICET, Argentina).