

DESIGUALDADES DE MARCINKIEWICZ-ZYGMUND EN ESPACIOS DE LEBESGUE CON
EXPONENTE VARIABLE.

Marcos Bonich

IMAS-Universidad de Buenos Aires, CONICET, Argentina
bonichmarcos@gmail.com

Dados $1 \leq p, q, r \leq \infty$, se dice que la 3-upla (p, q, r) satisface una desigualdad de Marcinkiewicz-Zygmund si existe una constante $C \geq 1$ tal que para cualesquiera espacios de medida (U, μ) y (V, ν) y para todo operador lineal acotado $T : L^q(U, \mu) \rightarrow L^p(V, \nu)$ se tiene

$$\left\| \left(\sum_{k=1}^n |T f_k|^r \right)^{1/r} \right\|_{L^p(V, \nu)} \leq C \|T\| \left\| \left(\sum_{k=1}^n |f_k|^r \right)^{1/r} \right\|_{L^q(U, \mu)},$$

para toda sucesión $f_1, f_2, \dots, f_n \in L^q(U, \mu)$ y cada $n \in \mathbb{N}$. Este tipo de desigualdades vectoriales comenzaron a estudiarse en los años '30, a partir de trabajos de Bochner, Marcinkiewicz, Paley y Zygmund (ver, por ejemplo, [4]). En esta charla discutiremos la extensión de estas desigualdades al contexto de espacios de Lebesgue con exponente variable, una generalización de los espacios L^p clásicos que ha cobrado gran relevancia en los últimos años debido a sus aplicaciones en distintos campos (ver [2, 3]). Mostraremos que, bajo ciertas condiciones sobre los exponentes $p(\cdot)$ y $q(\cdot)$, podemos caracterizar los valores $1 \leq r \leq \infty$ tales que todo operador $T : L^{q(\cdot)}(V, \nu) \rightarrow L^{p(\cdot)}(U, \mu)$ verifica una desigualdad del tipo Marcinkiewicz-Zygmund. Presentaremos, además, algunas aplicaciones de estas desigualdades vectoriales. Estos resultados forman parte del trabajo [1], en colaboración con Daniel Carando y Martín Mazzitelli.

Trabajo en conjunto con Daniel Carando (Universidad de Buenos Aires, IMAS (UBA-CONICET)) y Martín Mazzitelli (Instituto Balseiro, CNEA-UNCUYO, CONICET).

Referencias

- [1] Bonich M., Carando D. and Mazzitelli M.. Marcinkiewicz-Zygmund inequalities in variable Lebesgue spaces. (enviado para publicación)
- [2] Cruz-Uribe D., Fiorenza A.. Variable Lebesgue spaces: Foundations and Harmonic Analysis. Birkhäuser, Spinger, Basel, 2013.
- [3] Diening L., Harjulehto P., Peter Hästö P. and Růžička M.. Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents. Springer. 29-3-2011.
- [4] Marcinkiewicz J. and Zygmund A.. Quelques inégalités pour les opérations linéaires. Fund. Math., 32: 113–121, 1939.