

ENFOQUE SPARSE PARA LA ACOTACIÓN DE LA MAXIMAL FRACCIONARIA LOCAL CON DOS PESOS.

Juan Manuel Sotto Ríos

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral , Argentina

JuanMSotto@gmail.com

Para un conjunto $\Omega \subsetneq \mathbb{R}^n$ abierto y no vacío y $\beta \in (0, 1)$, consideramos la familia de cubos $\mathcal{F}_\beta = \{Q(x, l) : l < \beta d(x, \Omega^c)\}$, donde d es la métrica d_∞ . En este trabajo estudiamos desigualdades con dos pesos de la Maximal fraccionaria local M_β^γ , con $0 \leq \gamma < 1$, definido para $f \in L_{\text{loc}}^1(\Omega)$ como:

$$M_\beta^\gamma f(x) = \sup_{Q \in \mathcal{F}_\beta} |Q|^{\gamma-1} \int_Q |f(y)| dy \chi_Q(x),$$

para cada $x \in \Omega$. Para esto, tomamos un par de pesos (u, v) en la clase $A_{p,q,\varphi}^{\tau,\gamma}$, con $1 < p \leq q < \infty$, $\tau \in (0, 1)$, definida por la condición:

$$\sup_{Q \in \mathcal{F}_\tau} |Q|^{\gamma + \frac{1}{q} - \frac{1}{p}} \left(\frac{1}{|Q|} \int_Q u \right)^q \|v^{-\frac{1}{p}}\|_{\varphi, Q} < \infty,$$

donde en uno de los pesos se considera una norma promedio de Luxemburgo con respecto a una función de Young φ , cuya conjugada, $\bar{\varphi}$, cumple la condición B_p , ver [1]. Con esto, pudimos probar el siguiente

Teorema. Sean $1 < p \leq q < \infty$, $0 < \tau < 1$ y $0 \leq \gamma < 1$. Para φ una función de Young tal que $\bar{\varphi} \in B_p$ consideremos un par de pesos $(u, v) \in A_{p,q,\varphi}^{\tau,\gamma}$. Entonces, para cada $\beta \in (0, \tau)$ se tiene:

$$M_\beta^\gamma : L^p(\Omega, v) \rightarrow L^q(\Omega, u).$$

En la demostración del teorema se utiliza una técnica con operadores de tipo Sparse similares a las que aparecen en [1]. Por otro lado, mejora en cierto sentido el resultado análogo para el caso $\gamma = 0$ visto en [2].

Trabajo en conjunto con Mauricio Ramseyer (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)) y Oscar Salinas (IMAL (UNL-CONICET); FIQ (UNL)).

Referencias

- [1] David Cruz-Uribe. Two weight inequalities for fractional integral operators and commutators. In *Advanced courses of mathematical analysis VI*, pages 25–85. World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2017.
- [2] Mauricio Ramseyer, Oscar Salinas, and Beatriz Viviani. Two-weight norm inequalities for the local maximal function. *J. Geom. Anal.*, 27(1):120–141, 2017.